John C. Hull

FINANZA & MERCATI

OPZIONI FUTURES E ALTRI DERIVATI

Traduzione di Emilio Barone

Nuova edizione aggiornata

Con floppy disk

Prentice-Hall International

Il Sole 24 ORE

FINANZA & MERCATI

OPZIONI, FUTURES E ALTRI DERIVATI

JOHN C. HULL

Joseph L. Rotman School of Management
University of Toronto

OPZIONI FUTURES E ALTRI DERIVATI

SECONDA EDIZIONE ITALIANA
QUARTA EDIZIONE AMERICANA

Traduzione di Emilio Barone
LUISS - "Guido Carli"

Prentice-Hall International

Il Sole 24 ORE

ISBN 88-8363-135-8.

Titolo originale: *Options, Futures, and Other Derivatives*
Traduzione: Emilio Barone

La presente edizione italiana è basata sulla quarta edizione americana

Sede legale: via Lomazzo 52, 20154 Milano
Redazione: via Tiziano 32, 20145 Milano
Per informazioni: Servizio Clienti 0230.22.3323; fax 0230.22.3004

Prima edizione: dicembre 1997
Seconda edizione: ottobre 2000

Indice

Prefazione…XXI

Modifiche Presenti in Questa Edizione…XXI
Software…XXII
Diapositive…XXII
Risposte a "Domande e Problemi"…XXIII
Ringraziamenti…XXIII

Capitolo 1 Introduzione…1

1.1 Contratti *Forward*…1
Prezzo Forward…2
Valore Finale di un Contratto Forward…3
Prezzi Forward e Prezzi Spot…3
1.2 Contratti *Futures*…4
1.3 Contratti di Opzione…5
Esempi…6
Posizioni su Opzioni…8
Valore Finale…9
1.4 Altri Derivati…10
Altri Esempi più Complessi…11
1.5 Tipi di Operatori…11
Hedgers…11
Speculatori…12
Arbitraggisti…14
1.6 Quelle Forti Perdite…14
Sommario…15
Domande e Problemi…16
Esercizi…18

Capitolo 2 Mercati dei Futures e Coperture mediante Futures…19

2.1 Negoziazione dei Contratti *Futures*…19
Chiusura delle Posizioni…20

Tipi di Operatori…20
2.2 Specificazione dei Contratti *Futures*…20
Attività Sottostante…21
Dimensione del Contratto…21
Accordi per la Consegna…22
Mesi di Consegna…22
Quotazioni…23
Limiti alle Variazioni Giornaliere dei Prezzi…23
Limiti alle Posizioni…23
2.3 Depositi di Garanzia…23
Marking to Market…24
Margini di Mantenimento…24
Ulteriori Dettagli…25
Cassa di Compensazione e Margini di Compensazione…26
2.4 Quotazioni…27
Prezzi…30
Prezzo di Liquidazione…30
Massimi e Minimi Storici…31
Open Interest e Volume degli Scambi…31
Sistematicità dei Prezzi Futures…31
2.5 Convergenza del Prezzo *Futures* verso il Prezzo *Spot*…32
2.6 Liquidazione…33
Liquidazione per Contanti…33
2.7 Regolamentazione…33
Irregolarità nelle Contrattazioni…34
2.8 Coperture mediante *Futures*…35
Rischio Base…35
Scelta del Contratto…37
2.9 Rapporto di Copertura Ottimale…39
2.10 Rinnovo delle Operazioni di Copertura…40
Metallgesellschaft…41
2.11 Aspetti Contabili e Fiscali…42
Aspetti Contabili…42
Aspetti Fiscali…43
Sommario…44
Suggerimenti per Ulteriori Letture…45
Domande e Problemi…46
Esercizi…48

Capitolo 3 Prezzi Forward e Prezzi Futures…50

3.1 Alcune Premesse…51
Capitalizzazione Continua…51
Vendite allo Scoperto…53
Assunzioni e Simbologia…54
3.2 Prezzi *Forward* dei Beni d'Investimento…55
Generalizzazione…55

Che Succede se non è Possibile Effettuare Vendite allo Scoperto?…56
3.3 Beni d'Investimento che Offrono Redditi Noti…57
Generalizzazione…58
3.4 Beni d'Investimento che Offrono *Dividend Yields* Noti…58
3.5 Valore dei Contratti *Forward*…59
3.6 Prezzi *Forward* e Prezzi *Futures*…60
Ricerche Empiriche…61
3.7 *Futures* su Indici Azionari…62
Indici Azionari…62
Prezzi Futures degli Indici Azionari…64
Arbitraggio su Indici…64
19 Ottobre 1987…65
Coperture mediante Futures su Indici…65
Perché Coprirsi?…66
Cambiare il Beta…67
Futures sul Nikkei…67
3.8 *Forwards* e *Futures* su Valute…68
Futures su Valute…69
3.9 *Futures* su Merci…70
Costi di Immagazzinamento…70
Beni di Consumo…71
Tassi di Convenienza…72
3.10 Costo di Trasferimento…73
3.11 Opzioni di Consegna…73
3.12 Prezzi *Futures* e Aspettative sui Futuri Prezzi *Spot*…74
Rischio e Rendimento…74
Rischio di una Posizione su Futures…75
Ricerche Empiriche…75
Sommario…76
Suggerimenti per Ulteriori Letture…77
Domande e Problemi…78
Esercizi…81
Appendice 3A…83
Titoli che Offrono Dividend Yields Noti…83
Appendice 3B…85
Uguaglianza tra Prezzi Forward e Prezzi Futures quando i Tassi d'Interesse Sono Costanti…85

Capitolo 4 Tassi d'Interesse e Duration…87
4.1 Tipologie di Tassi…87
Tassi dei Titoli di Stato…87
Tassi Libor…88
Tassi di Riporto…88
4.2 *Zero Rates*…88
4.3 *Valutazione delle Obbligazioni*…89
Bond Yields…89

Par Yields…89
4.4 Determinazione degli *Zero Rates*…90
4.5 Tassi *Forward*…93
4.6 *Forward rate agreements*…95
Un'Altra Caratterizzazione dei FRAs…97
4.7 Teorie della *Term Structure*…97
4.8 Regole di Calcolo Giorni…98
4.9 Quotazioni…100
Treasury Bonds…100
Treasury Bills…100
4.10 *Futures* su Tassi d'Interesse…101
4.11 *Futures* su *Treasury bonds*…101
Fattori di Conversione…103
Cheapest to Deliver…104
Gioco della Matta (Wild Card Play)…105
Determinazione dei Prezzi Futures…106
4.12 *Futures* su Eurodollari…107
Tassi d'Interesse Forward…108
4.13 *Duration*…109
4.14 Strategie di Copertura Basate sulla *Duration*…111
4.15 Limiti della *Duration*…113
Convexity…113
Spostamenti non Paralleli…114
Sommario…114
Suggerimenti per Ulteriori Letture…115
Domande e Problemi…116
Esercizi…119

Capitolo 5 Swaps…121

5.1 *Swaps* su Tassi d'Interesse…121
London Interbank Offer Rate…121
Esempio…122
Utilizzo degli Interest Rate Swaps per Trasformare le Passività…124
Utilizzo degli Interest Rate Swaps per Trasformare le Attività…124
Ruolo degli Intermediari Finanziari…125
Quotazioni dei Tassi Swap…126
Regole di Calcolo Giorni e Convenzioni sui Giorni Lavorativi…127
Magazzino…128
5.2 Argomentazione del Vantaggio Comparato…128
Esempio…129
Critica dell'Argomentazione del Vantaggio Comparato…130
5.3 Valutazione degli *Swaps* su Tassi d'Interesse…131
Tasso di Attualizzazione…132
Relazione tra Valore di uno Swap e Prezzi delle Obbligazioni…132
Relazione tra Valore di uno Swap e Valore dei Forward Rate Agreements…133
5.4 *Swaps* su Valute…135

Esempio…135
Utilizzo dei Currency Swaps per Trasformare Attività e Passività…137
Vantaggio Comparato…138
5.5 Valutazione degli *Swaps* su Valute…139
Scomposizione in Contratti Forward…140
5.6 Altri *Swaps*…142
5.7 Rischio di Credito…143
Sommario…145
Suggerimenti per Ulteriori Letture…145
Domande e Problemi…146
Esercizi…148
Appendice 5A…150
Costruzione della Curva dei Tassi Libor…150

Capitolo 6 Mercati delle Opzioni…151
6.1 Attività Sottostanti…151
Opzioni su Azioni…152
Opzioni su Valute…152
Opzioni su Indici…152
Opzioni su Futures…152
6.2 Specifiche Contrattuali delle Opzioni su Azioni…153
Date di Scadenza…153
Prezzi d'Esercizio…153
Terminologia…154
Opzioni Flessibili…155
Dividendi, Frazionamenti e Assegnazioni Gratuite…155
Limite di Posizione e Limite di Esercizio…156
6.3 Quotazioni…156
6.4 Contrattazioni…158
Market Makers…158
Floor Brokers…159
Order Book Officials…159
Ordini di Segno Opposto…159
6.5 Commissioni…160
6.6 Depositi di Garanzia…161
Scrivere Opzioni Scoperte…161
Scrivere Calls Coperte…162
6.7 Options Clearing Corporation…162
Esercizio di un'Opzione…163
6.8 Regolamentazione…163
6.9 Imposte…163
Wash Sale Rule…164
Vendite Presunte…164
Programmazione Fiscale mediante Opzioni…165
6.10 *Warrants*, Opzioni di Incentivazione e Convertibili…165
Sommario…166

Suggerimenti per Ulteriori Letture…166
Domande e Problemi…167
Esercizi…167

Capitolo 7 Proprietà Fondamentali delle Opzioni su Azioni…168

7.1 Fattori che Influenzano i Prezzi delle Opzioni…168
Prezzo dell'Azione e Prezzo d'Esercizio…168
Vita Residua…169
Volatilità…169
Tasso d'Interesse Privo di Rischio…169
Dividendi…170
7.2 Assunzioni e Simbologia…170
7.3 Limiti Superiori e Inferiori per i Prezzi delle Opzioni…171
Limiti Superiori…171
Limite Inferiore per Calls Europee Scritte su Titoli che non Pagano Dividendi…171
Limite Inferiore per Puts Europee Scritte su Titoli che non Pagano Dividendi…173
7.4 *Put-Call Parity*…174
7.5 Esercizio Anticipato: *Calls* su Titoli che non Pagano Dividendi…175
7.6 Esercizio Anticipato: *Puts* su Titoli che non Pagano Dividendi…176
7.7 Relazione tra i Prezzi di *Calls* e *Puts* Americane…178
7.8 Effetto dei Dividendi…179
Limiti Inferiori per Calls e Puts…179
Esercizio Anticipato…180
Put-Call Parity…180
7.9 Ricerche Empiriche…180
Sommario…181
Suggerimenti per Ulteriori Letture…182
Domande e Problemi…183
Esercizi…184

Capitolo 8 Strategie Operative mediante Opzioni…185

8.1 Strategie con un'Opzione e l'Azione Sottostante…185
8.2 *Spreads*…187
Spreads al Rialzo…187
Spreads al Ribasso…189
Spreads a Farfalla…191
Spreads di Calendario…192
Spreads Diagonali…194
8.3 Combinazioni…194
Straddles…194
Strips e Straps…195
Strangles…196
8.4 Altri Schemi…197
Sommario…198

Suggerimenti per Ulteriori Letture…198
Domande e Problemi…199
Esercizi…200

Capitolo 9 Introduzione agli Alberi Binomiali…201

9.1 Modello Binomiale ad Uno Stadio…201
Generalizzazione…203
Irrilevanza del Rendimento Atteso dell'Azione…205
9.2 Valutazione Neutrale verso il Rischio…205
Riesame del Modello Binomiale ad Uno Stadio…206
9.3 Alberi Binomiali a Due Stadi…207
Generalizzazione…208
9.4 Esempio di una *Put*…209
9.5 Opzioni Americane…210
9.6 Delta…211
9.7 Calibrare la Volatilità…213
9.8 Gli Alberi Binomiali nella Pratica…214
Sommario…215
Suggerimenti per Ulteriori Letture…216
Domande e Problemi…216
Esercizi…217

Capitolo 10 Un Modello di Comportamento dei Prezzi delle Azioni…218

10.1 Processi di Markov…218
10.2 Processi Stocastici a Tempo Continuo…219
Processi di Wiener…220
Processi di Wiener Generalizzati…221
Processi di Ito…224
10.3 Il Processo per i Prezzi delle Azioni…225
10.4 Analisi del Modello…226
Simulazioni con il Metodo Monte Carlo…227
10.5 Parametri…228
10.6 Lemma di Ito…229
Applicazione ai Contratti Forward…230
Applicazione al Logaritmo del Prezzo Spot di un'Azione…230
Sommario…231
Suggerimenti per Ulteriori Letture…232
Domande e Problemi…232
Esercizi…234
Appendice 10A…235
Derivazione del Lemma di Ito…235

Capitolo 11 Il Modello Black-Scholes…237

11.1 Assunzione di Log-Normalità dei Prezzi delle Azioni…237
11.2 Distribuzione del Tasso di Rendimento…239
Cos'è il Tasso di Rendimento Atteso?…240

11.3 Volatilità…241
Stima della Volatilità in Base ai Dati Storici…242
11.4 Concetti Sottostanti il Modello di Black-Scholes-Merton…244
Assunzioni…245
11.5 l'Equazione Differenziale di Black-Scholes-Merton…246
I Prezzi dei Derivati Negoziabili…248
11.6 Valutazione Neutrale verso il Rischio…248
Un'Applicazione ai Contratti Forward su Azioni…249
11.7 Formule di Valutazione di Black e Scholes…250
Proprietà delle Formule di Black e Scholes…251
11.8 Funzione di Distribuzione Normale Cumulata…252
11.9 *Warrants* Emessi dalle Società sulle Proprie Azioni…253
11.10 Volatilità Implicite…255
11.11 Cause della Volatilità…255
11.12 Dividendi…257
Opzioni Europee…258
Opzioni Americane…258
Approssimazione di Black…260
Sommario…262
Suggerimenti per Ulteriori Letture…263
Domande e Problemi…263
Esercizi…266
Appendice 11A…268
Dimostrazione della Formula di Black e Scholes…268
Risultato Fondamentale…268
Dimostrazione del Risultato Fondamentale…268
Formule di Black e Scholes…270
Appendice 11B…271
Calls Americane Scritte su Titoli che Pagano Dividendi…271
Appendice 11C…272
Probabilità Cumulata di una Normale Bivariata…272

Capitolo 12 Opzioni su Indici Azionari, Valute e Futures…273
12.1 Opzioni Scritte su Titoli con *Dividend Yield* Continuo…273
Limiti Inferiori per il Prezzo delle Opzioni…274
Put-call parity…275
12.2 Formule di Valutazione…275
Valutazione Neutrale verso il Rischio…276
Alberi Binomiali…276
12.3 Opzioni su Indici Azionari…277
Quotazioni…277
Assicurazione del Portafoglio…279
Quando il Beta di un Portafoglio non è Pari ad 1…280
Valutazione…281
12.4 Opzioni su Valute…282
Quotazioni…282

Valutazione…283
12.5 Opzioni su *Futures*…285
Opzioni su Interest Rate Futures…286
Motivi della Popolarità delle Opzioni su Futures…289
Put-call parity…290
12.6 Valutazione delle *Futures Options* con Alberi Binomiali…291
Generalizzazione…292
12.7 Analogie tra *Futures* e Titoli con *Dividend Yield* Continuo…293
Il Tasso di Crescita Atteso del Prezzo Futures…293
12.8 Il Modello di Black per Valutare le *Futures Options*…294
12.9 Confronto tra *Futures Options* e *Spot Options*…295
Proprietà delle Opzioni Americane…295
Sommario…296
Suggerimenti per Ulteriori Letture…297
Domande e Problemi…298
Esercizi…301
Appendice 12A…303
Derivazione dell'Equazione Differenziale Soddisfatta dai Derivati che Dipendono dai Prezzi Spot di Titoli che Offrono un Dividend Yield Noto…303
Appendice 12B…305
Derivazione dell'Equazione Differenziale Soddisfatta dai Derivati che Dipendono dai Prezzi Futures…305

Capitolo 13 Lettere Greche…307
13.1 Un Esempio…307
13.2 Posizioni Scoperte e Coperte…308
13.3 Una Strategia *Stop loss*…308
13.4 Delta *Hedging*…310
Il Delta dei Contratti Forward…312
Il Delta delle Calls e Puts Europee…312
Simulazioni…314
Come si Forma il Costo…316
Il Delta di Altre Opzioni Europee…316
Coperture mediante Futures…317
Futures e Forwards…318
Il Delta di un Portafoglio…318
Costi di Transazione…319
13.5 Theta…320
13.6 Gamma…322
Annullamento del Gamma di un Portafoglio…324
Calcolo del Gamma…324
13.7 Relazione tra Delta, Theta e Gamma…326
13.8 Vega…326
13.9 Rho…329
13.10 Le Coperture nella Pratica…330
13.11 Analisi degli Scenari…330

13.12 Assicurazione del Portafoglio…331
Creazione di Opzioni Sintetiche…332
Utilizzo dei Futures su Indici…333
Frequenza del Ribilanciamento e 19 Ottobre 1987…334
13.13 Volatilità del Mercato Azionario…334
Rapporto della Commissione Brady…335
Sommario…336
Suggerimenti per Ulteriori Letture…337
Domande e Problemi…338
Esercizi…340
Appendice 13A…341
Espansione in Serie di Taylor e Parametri Utilizzati nelle Operazioni di Copertura…341

Capitolo 14 Valore a Rischio…342

14.1 Volatilità Giornaliere…343
14.2 Determinazione del VaR in Situazioni Semplici…343
Un Portafoglio con Due Titoli…344
I Benefici della Diversificazione…345
14.3 Un Modello Lineare…345
Estensione…347
14.4 Come si Trattano i Tassi d'Interesse…347
Duration…347
Trasformazione dei Pagamenti…348
Lo Schema di Trasformazione…349
14.5 Quando Si Può Utilizzare il Modello Lineare…351
Modello Lineare e Opzioni…351
14.6 Un Modello Quadratico…353
14.7 Simulazioni Monte Carlo…356
14.8 Simulazioni Storiche…357
14.9 *Stress Tests* e *Back-Testing*…357
14.10 Analisi delle Componenti Principali…358
Utilizzo dell'Analisi delle Componenti Principali per il Calcolo del VaR…360
Sommario…362
Suggerimenti per Ulteriori Letture…363
Domande e Problemi…363
Esercizi…365
Appendice 14A…366
Utilizzo dell'Espansione di Cornish e Fisher per la Stima del VaR…366

Capitolo 15 Stima di Volatilità e Correlazioni…368

15.1 Stima della Volatilità…368
Schemi di Ponderazione…369
15.2 Il Modello a Media Mobile con Pesi Esponenziali…370
15.3 Il GARCH(1,1)…372
Pesi…373

15.4 Scelta del Modello…373
15.5 Metodi di Massima Verosimiglianza…374
Stima di una Varianza Costante…374
Estensione per la Stima dei Parametri in uno Schema a Varianza non Costante…375
Quanto è Attendibile il Modello?…377
15.6 Usare il GARCH(1,1) per Prevedere la Volatilità…379
Term Structure delle Volatilità…380
Impatto delle Variazioni di Volatilità…381
15.7 Correlazioni…382
Condizioni per la Coerenza tra Covarianze…384
Sommario…385
Suggerimenti per Ulteriori Letture…385
Domande e Problemi…386
Esercizi…387

Capitolo 16 Procedure Numeriche…388

16.1 Alberi Binomiali…388
Valutazione Neutrale verso il Rischio…389
Determinazione di p, u e d…389
Albero dei Prezzi Azionari…390
Tornare Indietro nell'Albero…391
Approccio Algebrico…393
Stima del Delta e delle Altre Lettere Greche…394
16.2 Alberi Binomiali per Opzioni su Indici, Valute e *Futures*…395
16.3 Alberi Binomiali per Titoli che Pagano Dividendi…398
Dividend Yields Noti…398
Dividendi Noti…399
16.4 Estensioni dell'Approccio Fondamentale…402
Tassi d'Interesse che Dipendono dal Tempo…402
Tecnica della Variabile di Controllo…402
16.5 Altre Procedure per Costruire gli Alberi…404
Alberi Trinomiali…405
Il Modello a Maglia Adattabile…406
16.6 Simulazioni con il Metodo Monte Carlo…407
Una Sola Variabile Sottostante…407
Una Sola Variabile Sottostante Osservata in un Unico Istante…408
Diverse Variabili Sottostanti…408
Generazione di Campioni Casuali…409
Numero delle Simulazioni…410
Applicazioni…410
Stima delle Lettere Greche…410
Campionatura mediante Alberi…411
16.7 Procedure di Riduzione della Varianza…411
Tecnica della Variabile Antitetica…411
Tecnica della Variabile di Controllo…412

Campionatura per Importanza…412
Campionatura Stratificata…412
Metodo dei Momenti…413
Successioni Quasi Casuali…414
Campionatura Rappresentativa mediante Alberi…415
16.8 Metodi delle Differenze Finite…415
Metodo Implicito delle Differenze Finite…416
Metodo Esplicito delle Differenze Finite…418
Trasformazione di Variabile…421
Relazione con l'Approccio dell'Albero Trinomiale…422
Altri Metodi delle Differenze Finite…424
Applicazioni dei Metodi delle Differenze Finite…425
16.9 Approssimazioni Analitiche per le Opzioni Americane…425
Sommario…426
Suggerimenti per Ulteriori Letture…426
Domande e Problemi…428
Esercizi…430
Appendice 16A…432
Un'Approssimazione Analitica per le Opzioni Americane…432

Capitolo 17 Volatility Smiles e Alternative a Black-Scholes…435

17.1 Alcune Premesse…435
17.2 Opzioni su Valute…437
Volatility Smiles…437
Motivi per lo Smile nelle Opzioni su Valute…438
17.3 Opzioni su Azioni…439
Motivi per lo Smile nelle Opzioni su Azioni…440
17.4 *Term Structure* delle Volatilità…440
17.5 Matrici delle Volatilità…441
Il Ruolo del Modello…442
17.6 Mitigare le Assunzioni del Modello di Black e Scholes…442
17.7 Altri Modelli per le Opzioni su Azioni…442
Modello dell'Opzione Composta…443
Modello Diffusivo Spiazzato…443
Modello ad Elasticità della Varianza Costante…444
17.8 Modelli con Salti nei Prezzi…445
Modello a Salti Puro…445
Modello Diffusivo a Salti…446
17.9 Modelli a Volatilità Stocastica…446
17.10 Ricerche Empiriche…448
Sommario…450
Suggerimenti per Ulteriori Letture…450
Domande e Problemi…452
Esercizi…453
Appendice 17A…455
Formule di Valutazione secondo Altri Modelli…455

Il Modello dell'Opzione Composta…455
Il Modello Diffusivo Spiazzato…455
Il Modello Diffusivo Assoluto…456
Il Modello a Salti Puro…456
Il Modello Diffusivo a Salti…457

Capitolo 18 Opzioni Esotiche…458

18.1 Tipi di Opzioni Esotiche…458
Packages…458
Opzioni Americane Fuori Standard…459
Opzioni con Decorrenza Posticipata…460
Opzioni Composte…460
Opzioni a Scelta…461
Opzioni con Barriera…462
Opzioni Binarie…465
Opzioni Retrospettive…466
Opzioni Gridate…467
Opzioni Asiatiche…468
Opzioni di Scambio…470
Opzioni Arcobaleno…471
Opzioni su Panieri…472
18.2 Derivati *Path-Dependent*…472
Illustrazione con le Opzioni Lookback…473
Generalizzazione…474
18.3 Opzioni *Lookback*…476
18.4 Opzioni con Barriera…478
Posizionamento dei Nodi sulle Barriere…479
Aggiustamento dei Nodi non Disposti sulle Barriere…481
Il Modello a Maglia Adattabile…482
18.5 Opzioni Scritte su Due Attività Correlate…483
Trasformazione delle Variabili…483
Alberi non Rettangolari…484
Aggiustamento delle Probabilità…485
18.6 Alberi Impliciti…486
18.7 Argomenti in Tema di Coperture…488
18.8 Replica Statica delle Opzioni…488
Sommario…490
Suggerimenti per Ulteriori Letture…492
Domande e Problemi…493
Esercizi…495
Appendice 18A…496
Calcolo dei Primi Due Momenti di Panieri e Medie Aritmetiche…496

Capitolo 19 Estensioni dello Schema Teorico per la Valutazione dei Derivati…498

19.1 Una Sola Variabile Sottostante…498
Prezzo di Mercato del Rischio…500

Equazione Differenziale…501
Estensione della Valutazione Neutrale verso il Rischio…502
19.2 Derivati che Dipendono da Più Variabili Sottostanti…503
Valutazione Neutrale verso il Rischio con Diverse Variabili di Stato…504
19.3 Derivati che Dipendono dai Prezzi delle Merci…506
Convenience Yields…507
19.4 Martingale e Misure di Probabilità…507
Martingale…507
Misure di Probabilità…508
Misure Equivalenti di Martingala…508
19.5 Scelta del Numerario…510
Il Conto di Mercato Monetario come Numerario…510
Il Prezzo di uno Zero-Coupon Bond come Numerario…511
Tassi d'Interesse Forward e Aspettative sui Tassi Spot…511
Il Valore Attuale di una Rendita come Numerario…512
19.6 Estensione a Fattori Multipli Indipendenti…513
19.7 Applicazioni…514
Il Risultato di Black e Scholes…514
Le Opzioni di Scambio…515
19.8 Cambiamenti di Numerario…517
19.9 *Quantos*…518
Swaps Differenziali…519
Misure Neutrali verso il Rischio…520
19.10 Il Paradosso di Siegel…521
Sommario…522
Suggerimenti per Ulteriori Letture…522
Domande e Problemi…523
Esercizi…524
Appendice 19A…526
Generalizzazione del Lemma di Ito…526
Appendice 19B…527
Derivazione dell'Equazione Differenziale Generica Soddisfatta dai Derivati…527

Capitolo 20 Derivati su Tassi d'Interesse: i Modelli Standard di Mercato…530

20.1 Modello di Black…530
Utilizzo del Modello di Black per la Valutazione delle Opzioni Europee…531
Validità del Modello di Black…532
20.2 Opzioni su Obbligazioni…533
Opzioni Incorporate in Obbligazioni…533
Opzioni Europee su Obbligazioni…534
Volatilità dei Tassi di Rendimento…536
Giustificazione Teorica del Modello…537
20.3 *Caps* su Tassi d'Interesse…537
I Caps come Portafogli di Opzioni su Tassi d'Interesse…538
I Caps come Portafogli di Opzioni su Obbligazioni…539
Floors e Collars…539

Valutazione di Caps e Floors…540
Giustificazione Teorica del Modello…542
20.4 *Swaptions* Europee…543
Relazione con le Opzioni su Obbligazioni…544
Valutazione delle Swaptions Europee…544
Giustificazione Teorica del Modello…546
20.5 Generalizzazioni…547
20.6 Aggiustamenti per la Convessità…548
Swaps a Libor Anticipato…550
Derivati che Dipendono dai Tassi Swap…551
20.7 Aggiustamenti Temporali…552
Revisione degli Swaps a Libor Anticipato…553
CMS e CMT Swaps…554
20.8 Quando sono necessari gli Aggiustamenti?…555
20.9 *Accrual Swaps*…556
20.10 Opzioni su *Spreads*…557
20.11 Copertura dei Derivati su Tassi d'Interesse…558
Sommario…559
Suggerimenti per Ulteriori Letture…559
Domande e Problemi…559
Esercizi…561
Appendice 20A…563
Formula di Aggiustamento per la Convessità…563

Capitolo 21 Derivati su Tassi d'Interesse: Modelli del Tasso a Breve…564

21.1 Modelli d'Equilibrio…564
21.2 Modelli d'Equilibrio ad Un Fattore…565
21.3 Modello di Rendleman e Bartter…566
Ritorno verso la Media…566
21.4 Modello di Vasicek…567
Valutazione delle Opzioni Europee su Zero-Coupon Bonds…567
Valutazione delle Opzioni Europee su Coupon Bonds…568
21.5 Modello di Cox, Ingersoll e Ross…570
21.6 Modelli d'Equilibrio a Due Fattori…571
21.7 Modelli ad Arbitraggi Nulli…571
21.8 Modello di Ho e Lee…572
21.9 Modello di Hull e White…574
21.10 Opzioni su Titoli con Cedola…577
21.11 Alberi per i Tassi d'Interesse…578
Illustrazione dell'Utilizzo di Alberi Trinomiali…579
Ramificazioni Fuori Standard…580
21.12 Una Procedura Generale per Costruire gli Alberi…580
Prima Fase…581
Seconda Fase…583
Illustrazione della Seconda Fase…584
Formule per le α e le Q…586

Estensione ad Altri Modelli…586
La Scelta di f(r)…587
Utilizzo di Risultati Analitici in Congiunzione con gli Alberi…588
Alberi per le Opzioni Americane su Obbligazioni…590
Intervalli di Lunghezza Variabile…591
21.13 Modelli non Stazionari…591
21.14 Calibratura…593
21.15 Operazioni di Copertura e Modelli ad un Fattore…594
21.16 Tassi *Forward* e Tassi *Futures*…595
Sommario…596
Suggerimenti per Ulteriori Letture…596
Domande e Problemi…597
Esercizi…599

Capitolo 22 Derivati su Tassi d'Interesse: Modelli Avanzati…601

22.1 Modelli del Tasso a Breve a Due Fattori…601
Costruzione degli alberi…603
22.2 L'Approccio di Heath, Jarrow e Morton…604
Simbologia…604
Processi per i Prezzi degli Zero-Coupon Bonds e per i Tassi Forward…604
Il Processo per il Tasso a Breve…606
La Versione del Modello in Tempo Discreto…607
Estensione a Diversi Fattori…608
Implementazione del Modello HJM con il Metodo Monte Carlo…609
22.3 Il Modello di Mercato del Libor…609
Il Modello…610
Volatilità dei Tassi Forward…611
Implementazione del Modello…612
Estensione a Diversi Fattori…612
Ratchet Caps, Sticky Caps e Flexi Caps…613
Estensioni del Modello…615
22.4 Titoli Garantiti da Ipoteche…615
Collateralized Mortgage Obligations…616
IOs e POs…617
Valutazione dei Mortgage-Backed Securities…617
Option-Adjusted Spread…617
Sommario…618
Suggerimenti per Ulteriori Letture…619
Domande e Problemi…620
Esercizi…620
Appendice 22A…621
Le Funzioni A(t,T), σ_P e $\theta(t)$ nel Modello di Hull e White a Due Fattori…621

Capitolo 23 Rischio di Credito…623

23.1 Probabilità d'Insolvenza e Perdita Attesa…624
Utilizzo dei Prezzi delle Obbligazioni…624

Utilizzo dei Dati Storici sulle Insolvenze…627
Prezzi delle Obbligazioni ed Evidenza Empirica sulle Insolvenze…628
Mondo Neutrale verso il Rischio e Mondo Reale…629
Utilizzo dei Prezzi delle Azioni: il Modello di Merton…630
23.2 Derivati e Rischio d'Insolvenza della Controparte…632
Assunzione di Indipendenza…632
Contratti che Rappresentano Attività…633
Interpretazione della Regola di Aggiustamento…634
Opzioni Americane…634
Definizione di Esposizione…635
Contratti che Possono Essere Attività o Passività…636
Esempio di un Currency Swap…637
Interest rate Swaps e Currency Swaps…639
Netting…640
Come si Riduce l'Esposizione al Rischio di Credito…640
23.3 VaR Creditizio…641
VaR Creditizio Basato sulle Insolvenze…641
VaR Creditizio Basato sulle Insolvenze e sulle Variazioni di Rating…643
23.4 Derivati Creditizi…644
Credit Default Swaps…644
Total Return Swaps…645
Credit Spread Options…645
23.5 Valutazione delle Obbligazioni Convertibili…646
Sommario…648
Suggerimenti per Ulteriori Letture…649
Domande e Problemi…650
Esercizi…652
Appendice 23A…653
Matrice delle Transizioni di Rating…653

Glossario della Simbologia…654

Glossario dei Termini…658

Software DerivaGem…679

Caratteristiche del Software…679
Aspetti Generali…680
Opzioni su Azioni, Valute, Indici e Futures…680
Opzioni su Obbligazioni…681
Caps e Swaptions…682
Lettere Greche…683

Principali Borse…684

Tavola per $N(x)$ **quando** $x \leq 0$**…686**

Tavola per $N(x)$ **quando** $x \geq 0$**…687**

Indice degli Autori…688

Indice degli Argomenti…692

Indice delle Figure…708

Indice delle Tavole…713

Alla mia famiglia

Prefazione

Questo libro è adatto per corsi di dottorato o per corsi avanzati di laurea in economia e commercio e in ingegneria finanziaria. È adatto anche per gli operatori che desiderino acquisire un'adeguata conoscenza del modo in cui analizzare i derivati.

Una delle decisioni chiave che deve essere presa da chi scrive in materia di derivati riguarda l'uso della matematica. Se il livello della sofisticazione matematica è troppo elevato, è probabile che il materiale sia inaccessibile a molti tra gli studenti e gli operatori. Se è troppo basso, è inevitabile che molti argomenti importanti vengano trattati in modo piuttosto superficiale. In questo libro si è prestata molta attenzione all'uso della matematica. Il materiale matematico non essenziale è stato o eliminato o riportato nelle appendici incluse alla fine dei capitoli. I concetti che probabilmente sono nuovi per molti lettori sono stati spiegati con cura e molti esempi numerici sono stati inclusi.

Questo libro si distingue dagli altri libri che vertono sugli stessi argomenti perché fornisce un unico approccio alla valutazione di tutti i derivati – non solo a quella dei *futures* e delle opzioni. Si assume che il lettore abbia seguito un corso introduttivo di finanza ed un corso introduttivo di probabilità e statistica. Non si assume che già si conoscano le opzioni, i contratti *futures*, gli *swaps* e così via. Pertanto, non è necessario che gli studenti seguano un corso di economia dei mercati finanziari prima di seguirne uno basato su questo libro.

Modifiche Presenti in Questa Edizione

Questa edizione contiene più materiale della terza. Inoltre, il materiale della terza edizione è stato aggiornato e la presentazione è stata migliorata in diversi punti. Le principali modifiche sono:

1. è stato incluso un nuovo capitolo (Capitolo 14) sul valore a rischio;
2. è stato incluso un nuovo capitolo (Capitolo 15) sulla stima delle volatilità e delle correlazioni. I modelli GARCH vengono ora trattati molto più approfonditamente rispetto alla terza edizione;

3. il Capitolo 19 contiene diverso materiale nuovo e spiega il ruolo svolto dalle martingale e dalle misure di probabilità nella valutazione dei derivati;
4. il Capitolo 20, sui modelli standard di mercato per la valutazione dei derivati su tassi d'interesse, è stato rivisto. Utilizza ora il materiale del Capitolo 19 per offrire una trattazione più completa dei modelli di valutazione delle *bond options*, dei *caps/floors* e delle *swaptions*;
5. sono stati inclusi due nuovi capitoli (Capitolo 21 e Capitolo 22) sui modelli d'equilibrio e ad arbitraggi nulli della *term structure*. Nel Capitolo 21 vengono trattati i modelli d'equilibrio e ad arbitraggi nulli ad un fattore (il tasso d'interesse a breve). Nel Capitolo 22 vengono trattati i modelli a due fattori, il modello HJM e il modello di mercato del Libor (BGM);
6. il Capitolo 4, su tassi d'interesse e *duration*, è stato riscritto per rendere più chiara l'esposizione;
7. il Capitolo 23 sul rischio di credito è stato riscritto, in seguito agli sviluppi che si sono avuti in quest'importante area;
8. è stato aggiunto nuovo materiale sui *volatility smiles* e sulle *volatility skews* (Capitolo 17);
9. la successione in cui il materiale viene presentato è stata leggermente modificata. I *volatility smiles* e le alternative a Black-Scholes appaiono ora prima del capitolo sulle opzioni esotiche, che a sua volta viene prima del materiale riguardante i derivati su tassi d'interesse;
10. la simbologia è stata migliorata e semplificata. Sono stati utilizzati i simboli S_0 e F_0 per indicare il prezzo *spot* e il prezzo *forward* corrente (ossia al tempo zero) e la notazione "$T - t$" non appare più nella maggior parte del libro;
11. è stato incluso un glossario dei termini;
12. diversi nuovi problemi sono stati aggiunti alla fine di ogni capitolo.

Software

È stato accluso al libro un nuovo *software*, DerivaGem, basato su Excel. Questo *software* rappresenta un importante passo avanti rispetto alle precedenti edizioni. È stato studiato per fungere da complemento al testo. Gli utenti possono calcolare i valori delle opzioni, le volatilità implicite e le lettere greche di opzioni europee, opzioni americane, opzioni esotiche e derivati su tassi d'interesse. I derivati su tassi d'interesse possono essere valutati con il modello di Black o con un modello ad arbitraggi nulli. Il *software* può essere utilizzato per visualizzare gli alberi binomiali (si vedano, ad esempio, la Figura 16.3 e la Figura 21.11) e dei grafici che mostrano l'impatto delle diverse variabili sul valore delle opzioni o sulle lettere greche.

Il *software* è descritto più approfonditamente alla fine del libro. Gli aggiornamenti possono essere scaricati dal mio sito Web: http://www.mgmt.utoronto.ca/~hull

Diapositive

Diverse centinaia di diapositive in PowerPoint possono essere scaricate dal mio sito Web. Le diapositive utilizzano ora solo caratteri standard. I docenti possono adattare le diapositive alle loro esigenze.

Risposte a "Domande e Problemi"

Nelle precedenti edizioni, le soluzioni ai quesiti riportati alla fine di ciascun capitolo erano disponibili solo nel *Manuale del Docente*. Nel corso degli anni, diverse persone mi hanno chiesto di renderle maggiormente disponibili. Ho esitato a farlo perché ciò avrebbe impedito ai docenti di utilizzare i quesiti per verificare la preparazione degli studenti.

In quest'edizione, ho risolto la questione dividendo i quesiti in due gruppi: "Domande e Problemi" ed "Esercizi". Ci sono oltre 450 "Domande e Problemi", le cui soluzioni sono contenute in un libro (*Opzioni, Futures e Altri Derivati: Manuale delle Soluzioni*) che è pubblicato da Il Sole 24 Ore Libri. Ci sono circa 80 "Esercizi", le cui soluzioni si trovano solo nel *Manuale del Docente*.

Ringraziamenti

Molte persone hanno svolto un ruolo nella realizzazione di questo libro. Gli accademici e gli operatori che hanno dato eccellenti, utili suggerimenti includono Farhang Aslani, Jas Badyal, Emilio Barone, Giovanni Barone-Adesi, Alex Bergier, George Blazenko, Laurence Booth, Phelim Boyle, Peter Carr, Don Chance, J.-P. Chateau, Ren-Raw Chen, George Constantinides, Michel Crouhy, Emanuel Derman, Brian Donaldson, Dieter Dorp, Scott Drabin, Jerome Duncan, Steinar Ekern, David Fowler, Louis Gagnon, Dajiang Guo, Jörgen Hallbeck, Ian Hawkins, Michael Hemler, Steve Heston, Bernie Hildebrandt, Kiyoshi Kato, Kevin Kneafsy, Bill Margrabe, Izzy Nelkin, Neil Pearson, Paul Potvin, Shailendra Pandit, Eric Reiner, Richard Rendleman, Gordon Roberts, Chris Robinson, Cheryl Rosen, John Rumsey, Ani Sanyal, Klaus Schurger, Eduardo Schwartz, Michael Selby, Piet Sercu, Duane Stock, Edward Thorpe, Yisong Tian, P. V. Viswanath, George Wang, Jason Wei, Bob Whaley, Alan White, Hailiang Yang e Victor Zak. Sono particolarmente grato a Eduardo Schwartz, che ha letto il manoscritto originale per la prima edizione e ha fatto molti commenti che hanno portato a miglioramenti significativi, nonché a Richard Rendleman e George Constantinides, i cui suggerimenti hanno consentito di migliorare quest'edizione.

Le prime tre edizioni di questo libro sono state molto ben accolte dagli operatori e gran parte del materiale presente nel libro è stata influenzata dai contatti informali che ho avuto con loro. Anche gli studenti dei miei corsi sui derivati all'Università di Toronto hanno influito sull'evoluzione del libro.

Alan White, un collega dell'Università di Toronto (e prima della York University) merita un ringraziamento speciale. Alan ed io abbiamo condotto ricerche congiunte nelle aree dei derivati per oltre 15 anni. Durante questo periodo abbiamo passato moltissime ore a discutere su diversi argomenti concernenti i derivati. Molte delle nuove idee contenute in questo libro, e molti dei nuovi modi utilizzati per spiegare vecchie idee, sono tanto di Alan quanto miei. Alan ha letto la versione originale di questo libro molto attentamente e mi ha dato molti eccellenti suggerimenti per migliorarlo.

Lo *staff* della Prentice Hall è stato per me fonte continua di incoraggiamento via via che il progetto progrediva. Vorrei ringraziare, in particolare, Paul Donnelly

(il mio editore) che ha sempre mostrato uno vivo interesse nello sviluppo di questo libro.

I commenti sul libro da parte dei lettori sono ben accetti. Il mio indirizzo di posta elettronica è

hull@mgmt.utoronto.ca

John C. Hull
University of Toronto

Capitolo 5

Swaps

Gli *swaps* sono accordi privati tra due società per scambiarsi dei futuri pagamenti. L'accordo definisce le date in cui i pagamenti vengono scambiati e il modo in cui devono essere calcolati. Di solito, la loro determinazione viene effettuata in base ad una o più variabili di mercato.

I *forwards* possono essere visti come semplici esempi di *swaps*. Supponiamo che, il 1° marzo 1999, una società entri in un *forward* per acquistare 100 once d'oro tra 1 anno a \$300 per oncia. La società può vendere l'oro tra 1 anno, non appena lo riceve. Pertanto, il *forward* equivale ad uno *swap* in cui, il 1° marzo 2000, la società paga \$30.000 in cambio di $100S$, dove S è il prezzo di mercato di un'oncia d'oro.

Mentre i contratti *forward* comportano lo scambio di due pagamenti in una sola data futura, gli *swaps* comportano lo scambio di due pagamenti in più di una data. I primi *swaps* sono stati negoziati all'inizio degli anni '80. Da allora il mercato è cresciuto molto rapidamente. Ogni anno vengono ora negoziati contratti per centinaia di miliardi di dollari. In questo capitolo, vedremo come gli *swaps* vengono costruiti, come vengono utilizzati e come possono essere valutati. Gran parte della trattazione verterà sui due tipi principali di *swaps*: gli *interest rate swaps* e i *currency swaps*.

5.1 *SWAPS* SU TASSI D'INTERESSE

Il tipo più comune di *swap* è lo *swap* "*plain vanilla*" su tassi d'interesse (*interest rate swap*). Una parte, B, si mette d'accordo con la controparte A per pagarle, per un certo numero di anni e sulla base di un capitale di riferimento detto capitale nozionale, un tasso fisso predeterminato. A sua volta, la parte A si impegna a pagare alla parte B, sullo stesso capitale nozionale e per lo stesso periodo di tempo, un tasso variabile. Le valute in cui sono espressi i due insiemi di pagamenti sono le stesse.

London Interbank Offer Rate

In molti *swaps* su tassi d'interesse, il tasso variabile è il *London Interbank Offer Rate* (Libor), già incontrato nel Capitolo 4. Il Libor è il tasso d'interesse offerto dalle

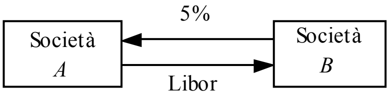


Figura 5.1 Un *interest rate swap* tra le società *A* e *B*.

banche su depositi di altre banche, nei mercati delle Eurovalute. Il Libor ad 1 mese è il tasso offerto su depositi ad 1 mese, il Libor a 3 mesi è il tasso offerto su depositi a 3 mesi, e così via. I tassi Libor sono determinati dalle negoziazioni tra banche e cambiano continuamente al variare delle condizioni economiche. Così come il *prime rate* è il tasso d'interesse preso a riferimento per i prestiti a tasso variabile nel mercato interno, il Libor è il tasso di riferimento per i prestiti negoziati nei mercati finanziari internazionali. Per capire come viene usato, si consideri un prestito il cui tasso d'interesse sia pari al Libor a 6 mesi più lo 0,5 per cento annuo. La vita del prestito è divisa in periodi semestrali. In ogni periodo, il tasso d'interesse è uguale al Libor prevalente all'inizio del periodo più lo 0,5 per cento annuo. L'interesse viene pagato alla fine del periodo.

Esempio

Si consideri uno *swap* a tre anni, stipulato il 1° marzo 1999, in cui la società *B* si impegna a pagare alla società *A* un tasso del 5 per cento annuo su un capitale nozionale di $100 milioni ed in cambio la società *A* si impegna a pagare alla società *B* il Libor a sei mesi sullo stesso capitale nozionale. Supponiamo che i pagamenti vengano scambiati ogni sei mesi e che il tasso d'interesse del 5 per cento sia composto semestralmente. Questo *swap* è rappresentato graficamente nella Figura 5.1.

Il primo scambio di pagamenti ha luogo il 1° settembre 1999, sei mesi dopo la stipula del contratto. La società *B* paga alla società *A* $2,5 milioni. Quest'importo rappresenta l'interesse semestrale su un capitale di $100 milioni determinato in base al tasso del 5 per cento. A sua volta, la società *A* paga alla società *B* l'interesse su un capitale di $100 milioni determinato in base al Libor a 6 mesi osservato sei mesi prima del 1° settembre 1999, ossia il 1° marzo 1999. Supponiamo che, il 1° marzo 1999, il Libor a 6 mesi sia pari al 4,2 per cento. La società *A* paga alla società *B* un importo pari a $2,1 (= 0,5 × 0,042 × $100) milioni.[1] Si noti che non c'è incertezza circa il primo scambio di pagamenti, dato che il pagamento variabile è determinato in base al Libor osservato nel momento in cui il contratto viene stipulato.

Il secondo scambio di pagamenti ha luogo il 1° marzo 2000, un anno dopo la stipula del contratto. La società *B* paga alla società *A* $2,5 milioni. A sua volta, la società *A* paga alla società *B* l'interesse su un capitale di $100 milioni determinato in base al Libor a 6 mesi osservato sei mesi prima del 1° marzo 2000, ossia il 1° settembre 1999. Supponiamo che, il 1° settembre 1999, il Libor a 6 mesi sia pari al 4,8 per cento. La società *A* paga alla società *B* un importo pari a $2,4 (= 0,5 × 0,048 × $100) milioni.

[1] Si noti che i calcoli non sono del tutto accurati perché trascurano le regole di calcolo giorni e le convenzioni sui giorni lavorativi. Torneremo su questo punto più avanti, in questo capitolo.

TAVOLA 5.1 Pagamenti (in milioni di dollari) per la società *B* in un *interest rate swap* da 100 milioni di dollari in cui *B* paga il fisso al 5% e riceve il Libor.

Data	*Libor a 6 mesi (%)*	*Variabile ($ milioni)*	*Fisso ($ milioni)*	*Saldo ($ milioni)*
1° marzo 1999	4,20			
1° settembre 1999	4,80	+2,10	–2,50	–0,40
1° marzo 2000	5,30	+2,40	–2,50	–0,10
1° settembre 2000	5,50	+2,65	–2,50	+0,15
1° marzo 2001	5,60	+2,75	–2,50	+0,25
1° settembre 2001	5,90	+2,80	–2,50	+0,30
1° marzo 2002	6,40	+2,95	–2,50	+0,45

TAVOLA 5.2 Pagamenti (in milioni di dollari) relativi allo *swap* della Tavola 5.1 nel caso in cui ci sia lo scambio finale del capitale.

Data	*Libor a 6 mesi (%)*	*Variabile ($ milioni)*	*Fisso ($ milioni)*	*Saldo ($ milioni)*
1° marzo 1999	4,20			
1° settembre 1999	4,80	+2,10	–2,50	–0,40
1° marzo 2000	5,30	+2,40	–2,50	–0,10
1° settembre 2000	5,50	+2,65	–2,50	+0,15
1° marzo 2001	5,60	+2,75	–2,50	+0,25
1° settembre 2001	5,90	+2,80	–2,50	+0,30
1° marzo 2002	6,40	+102,95	–102,50	+0,45

In totale, lo *swap* comporta sei scambi di pagamenti. I pagamenti fissi sono sempre uguali a $2,5 milioni. I pagamenti variabili vengono determinati in base al Libor a 6 mesi osservato sei mesi prima di ciascuna data di pagamento. Generalmente, gli *swaps* su tassi d'interessi sono strutturati in modo che una delle due parti paghi all'altra la differenza tra i due pagamenti. Nell'esempio in questione, la società *B* paga alla società *A* $0,4 milioni (= $2,5 milioni – $2,1 milioni) il 1° settembre 1999 e $0,1 milioni (= $2,5 milioni – $2,4 milioni) il 1° marzo 2000.

La Tavola 5.1 riporta l'insieme completo dei pagamenti relativi allo *swap* per una particolare serie di Libor a sei mesi. La tavola mostra i pagamenti nella prospettiva della società *B*. Si noti che il capitale di $100 milioni viene utilizzato solo per determinare l'importo degli interessi. Il capitale non viene scambiato. Questo è il motivo per cui viene chiamato «capitale nozionale» (*notional principal*).

Se alla fine della vita dello *swap* venisse scambiato anche il capitale, il contratto non muterebbe la sua natura, dato che il capitale è lo stesso sia per la componente fissa sia per la componente variabile. Lo scambio di $100 milioni contro $100 milioni alla fine della vita dello *swap* è una transazione che non avrebbe alcun valore finanziario. La Tavola 5.2 riporta i pagamenti relativi alla Tavola 5.1 nel caso in cui ci sia anche lo scambio finale del capitale. Lo *swap* può quindi essere visto in modo diverso. I pagamenti della terza colonna di questa tavola sono i pagamenti relativi ad una posizione lunga su un titolo a tasso variabile. Quelli della quarta colonna sono i pagamenti relativi ad una posizione corta su un titolo a tasso fisso. La tavola dimostra quindi che lo *swap* può essere considerato come lo scambio di un titolo a tasso fisso con un titolo a tasso variabile. La società *B*, la cui posizione è descritta nella Tavola 5.2, è lunga su un titolo a tasso variabile ed è corta su un titolo a tasso fisso. La società *A* è lunga su un titolo a tasso fisso ed è corta su un titolo a tasso variabile.

Questa caratterizzazione dei pagamenti previsti dallo *swap* aiuta a spiegare perché il tasso variabile dello *swap* venga fissato sei mesi prima del pagamento. Gli interessi pagati sui titoli a tasso variabile sono in genere fissati all'inizio del periodo al quale si riferiscono e vengono pagati alla fine dello stesso. Gli *interest rate swaps* "*plain vanilla*", come quello della Tavola 5.2, sono costruiti in modo che i pagamenti variabili coincidano con gli interessi pagati su un titolo a tasso variabile.

Utilizzo degli *Interest Rate Swaps* per Trasformare le Passività

La società *B* potrebbe utilizzare lo *swap* per trasformare un prestito a tasso variabile in un prestito a tasso fisso. Supponiamo che la società *B* si sia finanziata per \$100 milioni al Libor più 80 punti base (un punto base è pari ad un centesimo dell'1 per cento, cosicché il tasso passivo è pari al Libor più lo 0,8 per cento). Dopo aver stipulato lo *swap* la società *B* ha tre insiemi di pagamenti per interessi:

1. paga il Libor + 0,8 per cento annuo ai finanziatori esterni;
2. riceve il Libor in base alle condizioni fissate nello *swap*;
3. paga il 5 per cento annuo in base alle condizioni fissate nello *swap*.

L'effetto netto è che la società *B* paga il 5,8 per cento annuo. Pertanto la società *B* potrebbe utilizzare lo *swap* per trasformare un finanziamento a tasso variabile (Libor più 80 punti base) in un finanziamento a tasso fisso (5,8 per cento).

La società *A* potrebbe utilizzare lo *swap* per trasformare un finanziamento a tasso fisso in un finanziamento a tasso variabile. Supponiamo che la società *A* si sia finanziata per \$100 milioni al tasso fisso del 5,2 per cento. Dopo aver stipulato lo *swap* la società *A* ha tre insiemi di pagamenti per interessi:

1. paga il 5,2 per cento annuo ai finanziatori esterni;
2. paga il Libor in base alle condizioni fissate nello *swap*;
3. riceve il 5 per cento annuo in base alle condizioni fissate nello *swap*.

L'effetto netto è che la società *A* paga il Libor + 0,2 per cento annuo (ossia il Libor più 20 punti base). Pertanto, la società *A* potrebbe utilizzare lo *swap* per trasformare un finanziamento a tasso fisso (5,2 per cento) in un finanziamento a tasso variabile (Libor più 20 punti base). L'utilizzo degli *swaps* per trasformare le passività è illustrato nella Figura 5.2.

Utilizzo degli *Interest Rate Swaps* per Trasformare le Attività

Gli *swaps* possono anche essere utilizzati per trasformare le attività. Si consideri la società *B*. Lo *swap* potrebbe essere utilizzato per trasformare un'attività che offre un

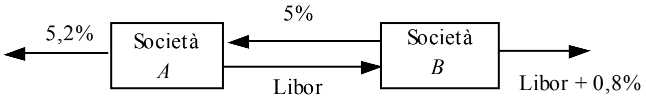


Figura 5.2 Le società *A* e *B* utilizzano lo *swap* per trasformare una passività.

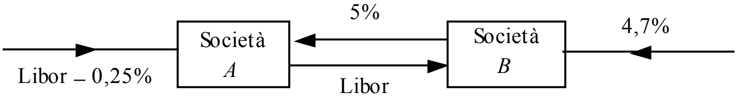


Figura 5.3 Le società *A* e *B* utilizzano lo *swap* per trasformare un'attività.

tasso d'interesse fisso in un'attività che offre un tasso d'interesse variabile. Supponiamo che la società *B* abbia in portafoglio obbligazioni a tre anni, con valore nominale pari a \$100 milioni e tasso di rendimento pari al 4,7 per cento annuo. Dopo aver stipulato lo *swap* la società *B* ha tre insiemi di pagamenti per interessi:

1. riceve il 4,7 per cento annuo sulle obbligazioni;
2. riceve il Libor in base alle condizioni fissate nello *swap*;
3. paga il 5 per cento annuo in base alle condizioni fissate nello *swap*.

L'effetto netto è che la società *B* riceve il Libor meno 30 punti base. Pertanto la società *B* potrebbe utilizzare lo *swap* per trasformare un'attività a tasso fisso (4,7 per cento) in un'attività a tasso variabile (Libor meno 30 punti base).

Si consideri ora la società *A*. Lo *swap* potrebbe essere utilizzato per trasformare un'attività che offre un tasso d'interesse variabile in un'attività che offre un tasso d'interesse fisso. Supponiamo che la società *A* abbia effettuato un investimento che rende il Libor meno 25 punti base. Dopo aver stipulato lo *swap* la società *A* ha tre insiemi di pagamenti per interessi:

1. riceve il Libor meno 25 punti base sul suo investimento;
2. paga il Libor in base alle condizioni fissate nello *swap*;
3. riceve il 5 per cento annuo in base alle condizioni fissate nello *swap*.

L'effetto netto è che la società *A* riceve il 4,75 per cento annuo. Pertanto la società *A* potrebbe utilizzare lo *swap* per trasformare un'attività a tasso variabile (Libor meno 25 punti base) in un'attività a tasso fisso (4,75 per cento). L'utilizzo degli *swaps* per trasformare le attività è illustrato nella Figura 5.3.

Ruolo degli Intermediari Finanziari

Di solito, due società non-finanziarie non entrano direttamente in contatto tra loro per stipulare un *interest rate swap* nel modo indicato nella Figura 5.2 e nella Figura 5.3. Ognuna tratta con un intermediario finanziario (una banca o un'altra istituzione finanziaria). In genere, gli *swaps* "*plain vanilla*" fisso-per-variabile su tassi di interesse in dollari sono strutturati in modo che l'istituzione finanziaria guadagni 3-4 punti base (ossia dallo 0,03 allo 0,04 per cento annuo) per ogni coppia di *swaps* di segno opposto.

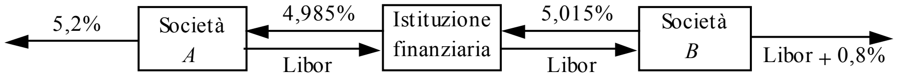


Figura 5.4 L'*interest rate swap* della Figura 5.2 in presenza di un intermediario finanziario.

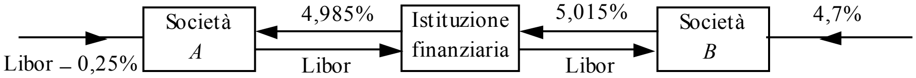


Figura 5.5 L'*interest rate swap* della Figura 5.3 in presenza di un intermediario finanziario.

La Figura 5.4 illustra il ruolo che un'istituzione finanziaria potrebbe svolgere nella situazione della Figura 5.2. L'istituzione finanziaria entra in due *swaps* di segno opposto con le società *A* e *B*. Assumendo che né *A* né *B* falliscano, l'istituzione finanziaria è certa di realizzare, ogni anno, un profitto dello 0,03 per cento (3 punti base) su un capitale di $100 milioni (in altri termini, il profitto è pari a $30.000 all'anno per un periodo di tre anni). La società *B* finisce col pagare un tasso fisso del 5,815 per cento (invece del 5,8 per cento della Figura 5.2). La società *A* finisce col pagare un tasso variabile pari al Libor più 21,5 punti base (invece del Libor più 20 punti base della Figura 5.2).

La Figura 5.5 illustra il ruolo dell'istituzione finanziaria nella situazione della Figura 5.3. Anche in questo caso l'istituzione finanziaria è certa di realizzare un profitto di 3 punti base se nessuna delle due società fallisce. La società *B* finisce col ricevere il Libor meno 31,5 punti base (invece del Libor meno 30 punti base della Figura 5.3). La società *A* finisce col ricevere il 4,735 per cento (invece del 4,75 per cento della Figura 5.3).

Si noti che l'istituzione finanziaria stipula due contratti separati, uno con la società *A* e l'altro con la società *B*. Nella maggior parte dei casi, la società *A* non saprà neppure che l'istituzione finanziaria ha stipulato uno *swap* di segno opposto con la società *B*, e viceversa. Se una delle due società fallisce, l'istituzione finanziaria deve comunque onorare il suo impegno con l'altra società. Lo *spread* di 3 punti base compensa in parte l'istituzione finanziaria per il rischio d'insolvenza che essa sostiene.

Quotazioni dei Tassi *Swap*

I tassi *swap* (*swap rates*), ossia i tassi fissi quotati per gli *swaps* che abbiamo considerato finora, superano di un certo numero di punti base i tassi di rendimento delle *Treasury notes*. La Tavola 5.3 riporta un esempio dei tassi *swap* praticati dagli operatori in *swaps* delle istituzioni finanziarie alle possibili controparti. Dalla tavola risulta che, se l'istituzione finanziaria stipula uno *swap* a 5 anni in cui paga il fisso e riceve il Libor a 6 mesi, il tasso *swap* è pari a 23 punti base sopra il livello corrente del tasso sulle *Treasury notes* a 5 anni (6,24 per cento). In altri termini, il tasso *swap* pagato dall'istituzione finanziaria è pari al 6,47 per cento. Se l'istituzione finanziaria stipula uno *swap* a 5 anni in cui riceve il fisso e paga il Libor a 6 mesi, il tasso *swap* è pari a 27 punti base sopra il livello corrente del tasso sulle *Treasury notes* a 5 anni

TAVOLA 5.3 Quotazioni dei tassi *swap* (TN = *Treasury note*; p.b. = punti base).

Scadenza (anni)	*La banca paga il tasso fisso*	*La banca riceve il tasso fisso*	*Tasso corrente delle Treasury notes (%)*
2	TN a 2 anni + 17 p.b.	TN a 2 anni + 20 p.b.	5,86
3	TN a 3 anni + 19 p.b.	TN a 3 anni + 22 p.b.	6,02
4	TN a 4 anni + 22 p.b.	TN a 4 anni + 26 p.b.	6,13
5	TN a 5 anni + 23 p.b.	TN a 5 anni + 27 p.b.	6,24
7	TN a 7 anni + 30 p.b.	TN a 7 anni + 33 p.b.	6,35
10	TN a 10 anni + 32 p.b.	TN a 10 anni + 36 p.b.	6,51

(6,24 per cento). In altri termini, il tasso *swap* ricevuto dall'istituzione finanziaria è pari al 6,51 per cento. Il profitto della banca, ossia il *bid-ask spread*, sui due *swaps* a 5 anni di segno opposto è pari a 4 punti base (= 0,04 per cento) all'anno.[2]

Spesso per tasso *swap* si intende la media dei tassi denaro e lettera. Pertanto, nella Tavola 5.3, il tasso *swap* a 5 anni è pari al 6,49 per cento annuo. Lo *swap spread* è la differenza tra il tasso *swap* ed il tasso della corrispondente *Treasury note*. Pertanto, nella Tavola 5.3, lo *swap spread* a 5 anni è pari a 25 punti base. Gli *swap spreads* sono determinati in ogni istante da domanda e offerta. Se la maggior parte degli operatori vuole ricevere il fisso piuttosto che il variabile, gli *swap spreads* tenderanno a ridursi. Se è vero il contrario, gli *swap spreads* tenderanno a crescere. La Tavola 5.3 viene aggiornata regolarmente via via che cambiano le condizioni di mercato.

Regole di Calcolo Giorni e Convenzioni sui Giorni Lavorativi

Le regole di calcolo giorni presentate nel Paragrafo 4.8 influenzano i pagamenti previsti dagli *swaps* mentre alcuni degli esempi che abbiamo visto finora non hanno tenuto conto di queste regole. Si consideri la Tavola 5.1. Il Libor a sei mesi è un tasso composto semestralmente che viene quotato in base alla convenzione effettivi su 360, dato che si tratta di un tasso di mercato monetario. Il primo pagamento variabile della Tavola 5.1, che si basa su un Libor del 4,2 per cento, è indicato in \$2,1 milioni. In realtà, dato che ci sono 184 giorni tra il 1° marzo e il 1° settembre, dovrebbe essere pari a

$$\$100 \times 0{,}042 \times \frac{184}{360} = \$2{,}1467.$$

In generale, i pagamenti variabili degli *swaps*, basati sul Libor, vengono calcolati come $LRn/360$ dove L è il capitale, R è il Libor ed n è il numero di giorni trascorsi dall'ultimo pagamento.

---

[2] Nei giorni in cui sono stati trattati i primi *swaps*, erano comuni *bid-ask spreads* di circa 100 punti base. Ora il mercato è molto più competitivo e, come si è già detto, i *bid-ask spreads* sui *plain-vanilla swaps* sono dell'ordine di 3-4 punti base.

Analogamente, i pagamenti fissi degli *swaps* vengono calcolati in base ad una particolare regola di calcolo giorni. Ne segue che i pagamenti fissi non sono tutti uguali tra loro. Il tasso fisso, quotato con la regola effettivi su 365 o 30 su 360, non è direttamente confrontabile con il Libor. Per confrontare il Libor con il tasso a 365 giorni di una *Treasury note*, si deve moltiplicare il Libor per 365/360 oppure il tasso della *Treasury note* per 360/365.

Un'altra complicazione riguarda il modo in cui vengono trattate le festività e i fine settimana. Se le date di pagamento specificate negli *swaps* coincidono con una festività o cadono in un fine settimana, è necessario ricorrere ad una convenzione per determinare il giorno effettivo in cui deve essere effettuato il pagamento. Queste convenzioni sono chiamate «convenzioni sui giorni lavorativi» (*business day conventions*). La convenzione giorno lavorativo «successivo» (*following*) prevede che il pagamento venga effettuato nel primo giorno lavorativo immediatamente successivo a quello previsto nello *swap*. La convenzione giorno lavorativo «successivo modificato» (*modified following*) prevede che il pagamento venga effettuato nel primo giorno lavorativo immediatamente successivo a quello previsto nello *swap* solo se questo cade nello stesso mese. In caso contrario, verrà effettuato nel giorno lavorativo immediatamente precedente. Le convenzioni giorno lavorativo «precedente» (*preceding*) e giorno lavorativo «precedente modificato» (*modified preceding*) sono definite in modo analogo. La convenzione giorno lavorativo «precedente» prevede che il pagamento venga effettuato nel primo giorno lavorativo che precede quello previsto nello *swap*. La convenzione giorno lavorativo «precedente modificato» prevede che il pagamento venga effettuato nel primo giorno lavorativo che precede quello previsto nello *swap* solo se questo cade nello stesso mese. In caso contrario, verrà effettuato nel giorno lavorativo immediatamente successivo.

Per facilità di esposizione, continueremo a trascurare le regole di calcolo giorni e le convenzioni sui giorni lavorativi.

Magazzino

È improbabile che due società prendano contatto con un'istituzione finanziaria nello stesso istante, per assumere posizioni opposte nello stesso *swap*. Per questo motivo, l'istituzione finanziaria entra nello *swap* senza aver trovato un'altra controparte con cui stipulare uno *swap* di segno opposto. L'istituzione finanziaria si crea così un magazzino (*warehouse*) di *swaps*, di cui deve coprire i rischi. I titoli obbligazionari, i *forward rate agreements* e i *futures* su tassi d'interessi rappresentano altrettanti esempi di strumenti che possono essere utilizzati per le operazioni di copertura.

5.2 ARGOMENTAZIONE DEL VANTAGGIO COMPARATO

Un'argomentazione che viene spesso usata per spiegare la diffusione degli *swaps* riguarda i vantaggi comparati. Si consideri un *interest rate swap* utilizzato per trasformare una passività. Secondo quest'argomentazione, alcune società hanno un vantaggio comparato a finanziarsi nei mercati del tasso fisso mentre altre società hanno un vantaggio comparato a finanziarsi nei mercati del tasso variabile. È ragionevole che le società, quando negoziano un nuovo prestito, si dirigano verso il mer-

TAVOLA 5.4 Tassi passivi che supportano l'argomentazione del vantaggio comparato.

	Fisso	*Variabile*
Società *A*	10,0%	Libor a 6 mesi + 0,3%
Società *B*	11,2%	Libor a 6 mesi + 1,0%

cato dove hanno un vantaggio comparato. È quindi possibile che alcune società si finanzino a tasso fisso quando invece desiderano il variabile ed altre si finanzino a tasso variabile quando invece desiderano il fisso. Gli *swaps* vengono utilizzati per trasformare i prestiti a tasso fisso in prestiti a tasso variabile, e viceversa.

Esempio

Supponiamo che due società, *A* e *B*, vogliano prendere in prestito \$10 milioni per 5 anni e che ad esse siano stati offerti i tassi mostrati nella Tavola 5.4. Assumiamo che la società *B* voglia finanziarsi a tasso fisso mentre la società *A* voglia finanziarsi ad un tasso legato al Libor a 6 mesi. È chiaro che la società *B* ha un merito di credito (*credit rating*) inferiore a quello della società *A*, dal momento che paga un tasso d'interesse superiore a quello di *A* sia sul fisso che sul variabile.

L'aspetto chiave dei tassi offerti alle società *A* e *B* è che la differenza tra i due tassi fissi è maggiore della differenza tra i due tassi variabili. La società *B* paga l'1,2 per cento in più della società *A* sul mercato del tasso fisso e solo lo 0,7 per cento in più sul mercato del tasso variabile. La società *B* sembra avere un vantaggio comparato nel mercato del tasso variabile mentre la società *A* sembra avere un vantaggio comparato nel mercato del tasso fisso.[3] È questa apparente anomalia che può indurre ad effettuare uno *swap*. La società *A* prende in prestito denaro a tasso fisso al 10 per cento annuo. La società *B* prende in prestito denaro a tasso variabile al Libor + 1 per cento annuo. Poi, le due società stipulano uno *swap* per far sì che *A* finisca col pagare il variabile e *B* il fisso.

Per comprendere il funzionamento dello *swap*, assumiamo che *A* e *B* entrino direttamente in contatto tra di loro. Lo *swap* che potrebbero stipulare è illustrato nella Figura 5.6, che è molto simile alla Figura 5.2. La società *A* si impegna a pagare alla società *B* gli interessi su \$10 milioni al Libor a 6 mesi. In cambio, la società *B* si impegna a pagare alla società *A* gli interessi su \$10 milioni al tasso fisso del 9,95 per cento annuo.

La società *A* è coinvolta in tre tipi di pagamenti per interessi:

1. paga il 10 per cento annuo ai finanziatori esterni;
2. riceve il 9,95 per cento annuo da *B*;
3. paga il Libor a *B*.

[3] Si noti che il vantaggio comparato di *B* nei mercati del tasso variabile non implica che *B* paghi meno di *A* su questo mercato. Vuol dire che l'importo in più pagato da *B* rispetto ad *A* è minore in questo mercato. Uno dei miei studenti ha riassunto questa situazione nel modo seguente; "*A* paga *più di meno* nel mercato del tasso fisso; *B* paga *meno di più* nel mercato del tasso variabile".

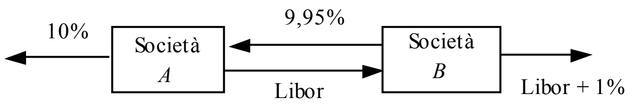


Figura 5.6 Uno *swap* diretto tra *A* e *B* in presenza dei tassi della Tavola 5.4.

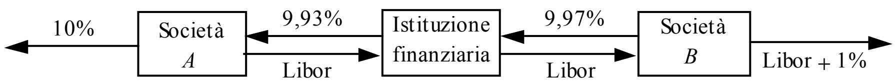


Figura 5.7 Uno *swap* indiretto tra *A* e *B* in presenza dei tassi della Tavola 5.4.

L'effetto netto dei tre tipi di pagamenti è che *A* paga il Libor + 0,05 per cento annuo. Tale importo equivale allo 0,25 per cento annuo in meno di quanto pagherebbe se si finanziasse direttamente sul mercato del tasso variabile. Anche la società *B* è coinvolta in tre tipi di pagamenti per interessi:

1. paga il Libor + 1 per cento annuo ai finanziatori esterni;
2. riceve il Libor da *A*;
3. paga ad *A* il 9,95 per cento annuo.

L'effetto netto dei tre tipi di pagamenti è che *B* paga il 10,95 per cento annuo. Tale importo equivale allo 0,25 per cento annuo in meno di quanto pagherebbe se si finanziasse direttamente sul mercato del tasso fisso.

Lo *swap* sembra far migliorare dello 0,25 per cento annuo sia la posizione della società *A* sia quella della società *B*. Pertanto, il guadagno complessivo si commisura allo 0,5 per cento annuo. Si può dimostrare che il guadagno apparente complessivo derivante da uno *swap* su tassi d'interesse è sempre uguale ad $|a - b|$, dove a è la differenza tra i tassi d'interesse offerti alle due società nel mercato del tasso fisso e b è la differenza tra i tassi d'interesse offerti alle due società nel mercato del tasso variabile. In questo caso $a = 1{,}2$ per cento e $b = 0{,}7$ per cento.

Se *A* e *B* non fossero entrate direttamente in contatto tra di loro, ma tramite un intermediario finanziario, gli accordi conclusi potrebbero essere quelli mostrati nella Figura 5.7, che è molto simile alla Figura 5.4. In questo caso, *A* finisce col finanziarsi al Libor + 0,07 per cento annuo, *B* finisce col finanziarsi al 10,97 per cento annuo e l'istituzione finanziaria guadagna uno *spread* di 4 punti base all'anno. Il guadagno per *A* è dello 0,23 per cento, il guadagno per *B* è dello 0,23 per cento e il guadagno dell'istituzione finanziaria è dello 0,04 per cento. Il guadagno complessivo per tutte e tre le parti è, come prima, dello 0,5 per cento annuo.

Critica dell'Argomentazione del Vantaggio Comparato

L'argomentazione del vantaggio comparato, utilizzata per spiegare il successo degli *interest rate swaps*, non è esente da critiche. Perché, nella Tavola 5.4, gli *spreads* tra i tassi offerti ad *A* e *B* sono diversi nei due mercati del fisso e del variabile? Dato che il mercato degli *swaps* esiste da diversi anni, ci si potrebbe ragionevolmente attendere che queste differenze siano scomparse grazie agli arbitraggi.

Il motivo per cui continuano ad esistere differenze di *spread*, nei due mercati del fisso e del variabile, è in parte dovuto alla natura dei contratti che le società possono stipulare. È probabile che i tassi del 10 e dell'11,2 per cento offerti ad *A* e *B* nei mercati del fisso siano uguali ai tassi ai quali le società possono emettere obbligazioni quinquennali a tasso fisso. Il Libor + 0,3 per cento e il Libor + 1 per cento offerti ad *A* e *B* nei mercati del variabile sono tassi a 6 mesi. Di solito, nei mercati del variabile, chi dà in prestito denaro può rinegoziare i tassi ogni 6 mesi. Se il merito di credito di *A* o *B* peggiora, il creditore ha la possibilità di aumentare lo *spread* sul Libor. In casi estremi, il creditore può rifiutare il rinnovo del prestito. Chi dà in prestito denaro a tasso fisso non ha la stessa possibilità di rinegoziare le condizioni del finanziamento.[4]

Gli *spreads* tra i tassi offerti ad *A* e *B* riflettono la maggiore probabilità di insolvenza di *B* rispetto ad *A*. Nel corso dei primi 6 mesi è molto poco probabile che *A* o *B* falliscano. Le statistiche sulle insolvenze mostrano che, se cresce l'orizzonte temporale, la probabilità d'insolvenza di una società con più basso merito di credito (come *B*) cresce più velocemente della probabilità d'insolvenza di una società con più alto merito di credito (come *A*). Questo è il motivo per cui lo *spread* tra i tassi a 5 anni è maggiore dello *spread* tra i tassi a 6 mesi.[5]

Si è detto che, avendo negoziato un prestito a tasso variabile al Libor + 1 per cento ed essendo entrata nello *swap* illustrato nella Figura 5.7, la società *B* ha di fatto ottenuto un prestito al tasso fisso del 10,97 per cento. Le argomentazioni ora svolte indicano che così non è. In pratica, il tasso pagato è pari al 10,97 per cento solo se *B* potrà continuare a prendere in prestito denaro a tasso variabile con uno *spread* dell'1 per cento sul Libor. Ad esempio, se il merito di credito di *B* peggiorasse e il prestito a tasso variabile venisse rinnovato al Libor + 2 per cento, il tasso d'interesse pagato da *B* salirebbe all'11,97 per cento. Se ci si attende che lo *spread* di *B* sul Libor a 6 mesi aumenti, il tasso a cui *B* si finanzia è, in media, maggiore del 10,97 per cento annuo.

Lo *swap* illustrato nella Figura 5.7 consente ad *A* di bloccare il Libor + 0,07 per cento per i prossimi 5 anni, non solo per i prossimi 6 mesi. Sembrerebbe quindi che lo *swap* rappresenti un buon affare per *A*. Il rischio dello *swap*, dal punto di vista di *A*, è rappresentato dalla possibilità che l'istituzione finanziaria risulti insolvente. Se avesse preso in prestito fondi nel modo consueto, la società *A* non correrebbe questo rischio.

5.3 VALUTAZIONE DEGLI *SWAPS* SU TASSI D'INTERESSE

Se assumiamo che non esistano possibilità di insolvenza, gli *swaps* su tassi d'interesse possono essere valutati o come posizioni lunghe su titoli, combinate con posizioni corte su altri titoli, o come portafogli di *forward rate agreements*.

---

[4] Se le due società si finanziassero a tasso variabile e lo *spread* sul Libor fosse garantito in anticipo, indipendentemente dalle possibili variazioni del loro merito di credito, la differenza tra i tassi variabili sarebbe in pratica uguale alla differenza tra i tassi fissi.

[5] Nel Capitolo 23 verranno presentate alcune statistiche sulle probabilità d'insolvenza delle obbligazioni con diverso *rating*.

Tasso di Attualizzazione

Di solito, per valutare gli *swaps* e gli altri derivati OTC, si attualizzano i pagamenti in base ai Libor *zero rates*, perché il Libor determina il costo della provvista per le istituzioni finanziarie. L'assunzione implicita è che il rischio di credito dei derivati sia uguale al rischio dei prestiti sul mercato interbancario. Nell'Appendice 5A viene descritto il modo in cui si stima, di solito, la curva dei Libor *zero rates*.

Relazione tra Valore di uno *Swap* e Prezzi delle Obbligazioni

Consideriamo di nuovo lo *swap* della Figura 5.1. Abbiamo visto, nella Tavola 5.2, che gli *swaps* possono essere caratterizzati come differenza tra due obbligazioni. Si può assumere (senza modificare il valore dello *swap*) che, alla fine della *swap*, *A* paghi a *B* un capitale nozionale di \$100 milioni e che *B* paghi ad *A* lo stesso capitale. Questo *swap* equivale ad un accordo in cui:

1. la società *B* presta \$100 milioni alla società *A* al Libor a 6 mesi;
2. la società *A* presta \$100 milioni alla società *B* al 5 per cento annuo.

In altri termini, la società *B* ha acquistato da *A* un titolo a tasso variabile (legato al Libor) con valore nominale di \$100 milioni ed ha venduto ad *A* un titolo a tasso fisso (5 per cento annuo) con valore nominale di \$100 milioni. Pertanto, il valore dello *swap* per la società *B* è pari alla differenza tra il valore dei due titoli.

Sia

B_{fix}: valore del titolo a tasso fisso sottostante lo *swap*;
B_{fl}: valore del titolo a tasso variabile sottostante lo *swap*.

Ne segue che il valore dello *swap* per la società *B* è pari a

$$V_{swap} = B_{fl} - B_{fix}. \tag{5.1}$$

Per vedere come si utilizza l'Equazione (5.1), definiamo

t_i: tempo mancante allo scambio dell'i-esimo pagamento ($1 \leq i \leq n$);
L: valore nozionale dello *swap*;
r_i: Libor *zero rate*, composto continuamente, relativo alla scadenza t_i;
k: interessi a tasso fisso pagati in ognuna delle date di pagamento.

Il valore corrente, B_{fix}, del titolo a tasso fisso può essere calcolato come nel Paragrafo 4.3. Il titolo paga gli interessi k al tempo t_i ($1 \leq i \leq n$) e il capitale L al tempo t_n:

$$B_{fix} = \sum_{i=1}^{n} k\, e^{-r_i t_i} + L\, e^{-r_n t_n}.$$

Si consideri ora il titolo a tasso variabile (*floating-rate bond*). Subito dopo una data di pagamento, il suo valore è esattamente uguale a quello di un titolo a tasso variabile di nuova emissione. Pertanto, subito dopo lo stacco di una cedola, si ha $B_{fl} = L$. Nel periodo che intercorre tra due date di pagamento, il suo valore può essere ricavato tenendo conto del fatto che B_{fl} sarà uguale a L subito dopo il prossimo pagamento e che, subito prima del prossimo pagamento, sarà uguale a $L + k^*$, dove k^* è il prossimo pagamento variabile (già determinato). Secondo la nostra simbologia, il tempo che manca al prossimo pagamento è t_1. Pertanto, il valore corrente del titolo a tasso variabile si ottiene attualizzando, al tasso r_1 per la scadenza t_1, il valore che il titolo avrà subito prima del prossimo pagamento:

$$B_{fl} = \left(L + k^*\right)e^{-r_1 t_1}.$$

L'Equazione (5.1) rappresenta il valore dello *swap* per la società che paga il fisso e riceve il variabile. Se la società riceve il fisso e paga il variabile, B_{fix} e B_{fl} si calcolano nello stesso modo e l'Equazione (5.1) diventa

$$V_{swap} = B_{fix} - B_{fl}.$$

Il tasso *swap* viene scelto in modo che lo *swap* abbia un valore nullo al momento della stipula. Durante la sua vita, può avere un valore positivo o negativo. Sotto quest'aspetto, lo *swap* è simile ad un contratto *forward*.

Esempio 5.1

Si supponga che in base alle condizioni di uno *swap*, un'istituzione finanziaria si sia impegnata a pagare il Libor a 6 mesi ed a ricevere in cambio l'8 per cento annuo (composto semestralmente) su un capitale nozionale di \$100 milioni. Lo *swap* ha una vita residua di 1,25 anni. I Libor *zero rates*, composti continuamente, a 3, 9 e 15 mesi sono pari, rispettivamente, al 10, 10,5 e 11 per cento. Il Libor a 6 mesi osservato nell'ultima data di pagamento era del 10,2 per cento (composto semestralmente). In questo caso, k = \$4 milioni e k^* = \$5,1 milioni, cosicché

$$\begin{aligned} B_{fix} &= \$4e^{-0,1\times0,25} + \$4e^{-0,105\times0,75} + \$104e^{-0,11\times1,25} = \\ &= \$98,24 \text{ milioni} \\ B_{fl} &= (\$100 + \$5,1)e^{-0,1\times0,25} = \\ &= \$102,51 \text{ milioni.} \end{aligned}$$

Pertanto, il valore dello *swap* è di

$$\$98,24 - \$102,51 = -\$4,27 \text{ milioni.}$$

Se la banca avesse avuto la posizione opposta, pagando il fisso e ricevendo il variabile, il valore dello *swap* sarebbe stato pari a +\$4,27 milioni. Si noti che, per essere più precisi, si dovrebbe tener conto della regola di calcolo giorni effettivi su 360 per determinare il valore di k. Si dovrebbe inoltre tener conto dell'effettiva collocazione temporale dei pagamenti.

Relazione tra Valore di uno *Swap* e Valore dei *Forward Rate Agreements*

I *forward rate agreements* sono stati presentati nel Capitolo 4. Si tratta di contratti in cui due parti si mettono d'accordo sul tasso d'interesse da applicare ad un certo capitale nozionale per un certo periodo di tempo futuro. Nel Paragrafo 4.6, abbiamo visto che i *forward rate agreements* possono essere caratterizzati come accordi in cui si scambiano interessi calcolati in base ad un tasso prefissato con interessi calcolati in base al tasso di mercato per il periodo di riferimento. È quindi evidente che i gli *interest rate swaps* possono essere considerati come portafogli di *forward rate agreements*.

Si consideri nuovamente lo *swap* tra la società A e la società B illustrato nella Figura 5.1. Come si è visto nella Tavola 5.1, lo *swap* comporta lo scambio di 6 pagamenti. Il primo scambio è già noto nel momento in cui lo *swap* viene negoziato. Gli altri 5 scambi possono essere considerati come FRAs. Lo scambio del 1° marzo 2000 è un FRA in cui si scambiano gli interessi al 5 per cento con gli interessi al Libor a 6 mesi osservato il 1° settembre 1999; lo scambio del 1° settembre 2000 è un FRA in cui si scambiano gli interessi al 5 per cento con gli interessi al Libor a 6 mesi osservato il 1° marzo 2000; e così via.

Come si è visto nel Paragrafo 4.6, i FRAs possono essere valutati assumendo che i tassi *forward* si realizzino. Dato che sono portafogli di *forward rate agreements*, anche gli *swaps* possono essere valutati assumendo che i tassi *forward* si realizzino. La procedura è la seguente:

1. si calcolano i tassi *forward* per ciascuna delle date rilevanti ai fini della determinazione dei pagamenti dello *swap*;
2. si calcolano i pagamenti dello *swap* nell'ipotesi che i futuri tassi Libor siano uguali ai tassi *forward* correnti;
3. si calcola il valore corrente dello *swap* come valore attuale di questi pagamenti.

Esempio 5.2

Si consideri di nuovo la situazione dell'Esempio 5.1. I pagamenti che verranno scambiati dopo 3 mesi sono già stati determinati. Interessi semestrali all'8 per cento annuo verranno scambiati con interessi semestrali al tasso del 10,2 per cento annuo. Il valore corrente dello scambio per l'istituzione finanziaria è di

$$0{,}5 \times \$100 \times (0{,}08 - 0{,}102)e^{-0{,}1 \times 0{,}25} = -\$1{,}07.$$

Per calcolare il valore corrente dello scambio che avverrà tra 9 mesi, si deve prima calcolare il tasso *forward* relativo al periodo compreso tra 3 e 9 mesi. In base all'Equazione (4.1), si ha

$$\frac{0{,}105 \times 0{,}75 - 0{,}10 \times 0{,}25}{0{,}5} = 0{,}1075$$

ossia il 10,75 per cento composto continuamente. In base all'Equazione (3.4), il tasso equivalente composto semestralmente è pari all'11,044 per cento. Pertanto, il valore corrente del FRA corrispondente allo scambio che avverrà tra 9 mesi è

$$0{,}5 \times \$100 \times (0{,}08 - 0{,}11044)e^{-0{,}105 \times 0{,}75} = -\$1{,}41.$$

Per calcolare il valore corrente dello scambio che avverrà tra 15 mesi, si deve prima calcolare il tasso *forward* relativo al periodo compreso tra 9 e 15 mesi. In base all'Equazione (4.1), si ha

$$\frac{0{,}11 \times 1{,}25 - 0{,}105 \times 0{,}75}{0{,}5} = 0{,}1175$$

ossia l'11,75 per cento composto continuamente. In base all'Equazione (3.4), il tasso equivalente composto semestralmente è pari al 12,102 per cento. Pertanto, il valore corrente del FRA corrispondente allo scambio che avverrà tra 15 mesi è

$$0{,}5 \times \$100 \times (0{,}08 - 0{,}12102)e^{-0{,}11 \times 1{,}25} = -\$1{,}79.$$

Il valore complessivo dello *swap* è pari a

$$-\$1{,}07 - \$1{,}41 - \$1{,}79 = -\$4{,}27$$

ossia a –\$4,27 milioni. Questo risultato è uguale a quello ottenuto, in base ai prezzi delle obbligazioni, nell'Esempio 5.1.

Come si è già detto, il tasso fisso dello *swap* viene scelto in modo che il valore dello *swap* sia nullo nel momento in cui viene stipulato. Ciò vuol dire che, a tale data, la somma del valore dei FRAs sottostanti lo *swap* è nulla. Tuttavia, ciò non vuol dire che il valore di ogni singolo FRA sia nullo. In genere, alcuni avranno un valore positivo mentre altri avranno un valore negativo.

Consideriamo nuovamente i FRAs sottostanti lo *swap* della Figura 5.4 stipulato tra l'istituzione finanziaria e la società *B*. Per l'istituzione finanziaria si ha:

$$\text{valore del } FRA < 0 \text{ quando il tasso } \textit{forward} > 5{,}015\%;$$
$$\text{valore del } FRA = 0 \text{ quando il tasso } \textit{forward} = 5{,}015\%;$$
$$\text{valore del } FRA > 0 \text{ quando il tasso } \textit{forward} < 5{,}015\%.$$

Supponiamo che la *term structure* sia inclinata verso l'alto nel momento in cui lo *swap* viene negoziato. Ciò vuol dire che i tassi *forward* aumentano con l'aumentare della scadenza dei FRAs. Dato che la somma dei valori dei FRAs è nulla, ciò vuol dire che i tassi *forward* sono minori del 5,015 per cento per le scadenze più brevi e maggiori del 5,015 per cento per le scadenze più lunghe. Pertanto, per l'istituzione finanziaria, il valore dei FRAs corrispondenti alle scadenze più brevi è positivo, mentre quello dei FRAs corrispondenti alle scadenze più lunghe è negativo. Se la *term structure* fosse inclinata verso il basso nel momento in cui lo *swap* viene negoziato, sarebbe vero il contrario. Quest'argomentazione è illustrata nella Figura 5.8.

5.4 *SWAPS* SU VALUTE

Un altro tipo comune di *swap* è lo «*swap* su valute» (*currency swap*). Nella sua forma più semplice, comporta lo scambio del capitale e degli interessi a tasso fisso di un prestito denominato in una valuta contro il capitale e gli interessi a tasso fisso di un prestito denominato in un'altra valuta.

Negli *swaps* su valute, occorre specificare il capitale in ciascuna delle due valute. Di solito, i capitali vengono scambiati all'inizio ed alla fine dello *swap* e sono scelti in modo da essere approssimativamente equivalenti in base al tasso di cambio corrente all'inizio dello *swap*.

Esempio

Si consideri uno *swap* a 5 anni stipulato, il 1° febbraio 1999, tra le società *A* e *B*. Supponiamo che la società *A* paghi l'11 per cento in sterline e riceva l'8 per cento in dollari.[6] Lo scambio dei pagamenti avviene una volta all'anno e i capitali scambiati sono pari a \$15 milioni e £10 milioni. Lo *swap* è riportato nella Figura 5.9. Nel momento in cui lo *swap* viene negoziato, i capitali vanno nella direzione opposta a quella indicata dalla frecce nella Figura 5.9. I pagamenti per interessi durante la vita dello *swap* e lo scambio finale dei capitali vanno nella stessa direzione delle frecce.

---

[6] Questo *swap* viene chiamato "fisso contro fisso".

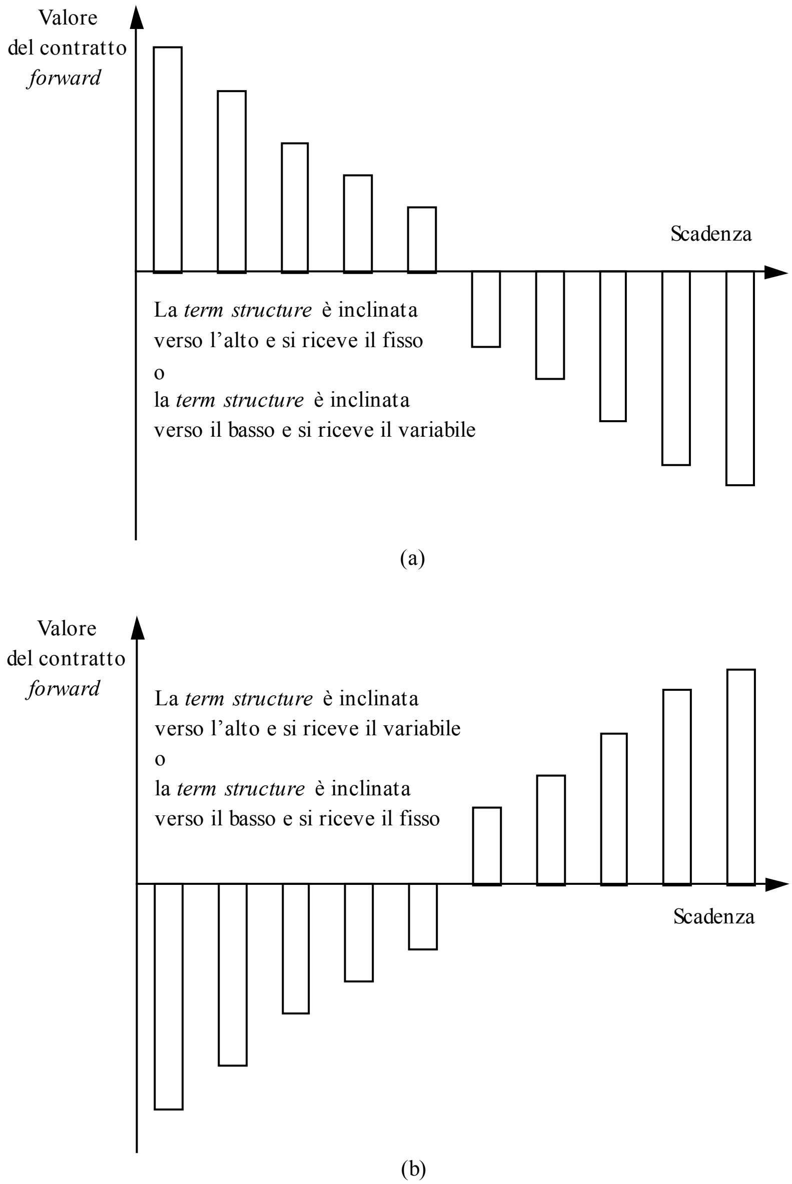


Figura 5.8 Valore dei FRAs sottostanti lo *swap* della Figura 5.4 tra un'istituzione finanziaria e la società *B* nel caso in cui la *term structure* sia inclinata verso l'alto o verso il basso.

Pertanto, alla fine della vita dello *swap*, la società *A* paga \$15 milioni e riceve £10 milioni. Durante la vita dello *swap*, la società *A* riceve ogni anno \$1,2 (= 0,08 × \$15) milioni e paga £1,1 (= 0,11 × £10) milioni. Alla fine della vita dello *swap*, la società *A* riceve \$15 milioni e paga £10 milioni. Questi pagamenti sono riportati nella Tavola 5.5.

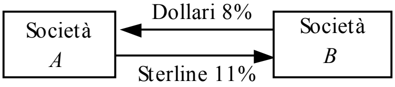


Figura 5.9 Un *currency swap*.

TAVOLA 5.5 Pagamenti per la società *A* nel *currency swap*.

Data	*Pagamenti in dollari (milioni)*	*Pagamenti in sterline (milioni)*
1° febbraio 1999	-15,00	+10,00
1° febbraio 2000	+1,20	-1,10
1° febbraio 2001	+1,20	-1,10
1° febbraio 2002	+1,20	-1,10
1° febbraio 2003	+1,20	-1,10
1° febbraio 2004	+16,20	-11,10

TAVOLA 5.6 Tassi passivi che motivano il *currency swap*.

	Dollari statunitensi	*Dollari australiani*
Società A	5,0%	12,6%
Società B	7,0%	13,0%

Nota: i tassi sono stati aggiustati per tener conto delle differenze nel trattamento fiscale.

Utilizzo dei *Currency Swaps* per Trasformare Attività e Passività

Il *currency swap* che abbiamo considerato nell'esempio può essere utilizzato per trasformare un finanziamento in dollari in un finanziamento in sterline, o viceversa. Supponiamo che la società *A* possa emettere delle obbligazioni in dollari ad un costo pari all'8 per cento annuo. Il *currency swap* consente alla società *A* di trasformare il finanziamento in dollari all'8 per cento in un finanziamento in sterline all'11 per cento. Lo scambio iniziale trasforma il ricavato del collocamento dei titoli da dollari a sterline e gli scambi successivi trasformano i pagamenti, per capitali e interessi, da dollari a sterline.

Il *currency swap* può anche essere utilizzato per trasformare la natura delle attività. Supponiamo che la società *A* possa investire £10 milioni all'11 per cento annuo per 5 anni ma ritenga che il dollaro tenderà a rafforzarsi rispetto alla sterlina, per cui preferisce un investimento denominato in dollari. Il *currency swap* consente alla società *A* di trasformare l'investimento in sterline in un investimento all'8 per cento in dollari.

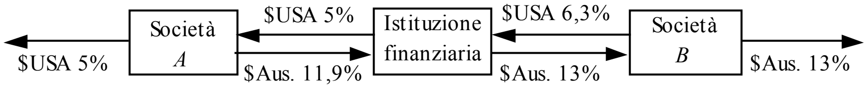


Figura 5.10 Un *currency swap* motivato dal vantaggio comparato.

Vantaggio Comparato

Supponiamo che i tassi ai quali la società *A* e la società *B* possono finanziarsi a 5 anni in dollari statunitensi e in dollari australiani siano quelli mostrati nella Tavola 5.6 (i tassi sono stati aggiustati per tener conto dell'impatto sulle due società delle differenze dei regimi fiscali nei due paesi). Dalla tavola risulta che i tassi in dollari australiani sono più alti dei tassi in dollari statunitensi. Inoltre, la società *A* ha uno *standing* creditizio migliore di quello della società *B* dato che può finanziarsi a tassi più bassi in entrambe le valute. Dal punto di vista di chi opera in *swaps*, l'aspetto interessante della Tavola 5.6 è che lo *spread* tra i tassi pagati da *A* e da *B* nei due mercati non è lo stesso. La società *B* paga il 2 per cento in più rispetto ad *A* nel mercato dei dollari statunitensi e solo lo 0,4 per cento in più nel mercato dei dollari australiani.

Questa situazione è analoga a quella della Tavola 5.4. La società *A* ha un vantaggio comparato nel mercato dei prestiti in dollari statunitensi mentre la società *B* ha un vantaggio comparato nel mercato dei prestiti in dollari australiani. Commentando i dati della Tavola 5.4, che si riferisce ad un *interest rate swap*, abbiamo sostenuto che i vantaggi comparati erano in gran parte illusori. Qui stiamo confrontando i tassi fissi offerti in due diverse valute ed è più probabile che i vantaggi comparati siano autentici. Una possibile causa è rappresentata dalle imposte. La società *A* potrebbe avere una posizione tale che i finanziamenti in dollari statunitensi le consentono di abbassare il reddito imponibile più dei finanziamenti in dollari australiani. La situazione opposta si potrebbe verificare per la società *B* (si noti che, nella Tavola 5.6, abbiamo aggiustato i tassi in modo che riflettano questo tipo di vantaggi fiscali).

Assumiamo che la società *A* voglia finanziarsi in dollari australiani e che la società *B* voglia finanziarsi in dollari statunitensi. Questa situazione è perfetta per un *currency swap*. Ognuna delle due società si finanzia nel mercato in cui ha un vantaggio comparato: la società *A* si finanzia in dollari statunitensi, mentre la società *B* si finanzia in dollari australiani. Quindi le due società stipulano tra loro un *currency swap* che consente alla società *A* di finanziarsi in dollari australiani e alla società *B* di finanziarsi in dollari statunitensi.

Come si è già detto, la differenza tra i tassi d'interesse in dollari statunitensi è del 2 per cento mentre la differenza tra i tassi d'interesse in dollari australiani è dello 0,4 per cento. Per analogia con il caso degli *interest rate swaps*, ci aspettiamo che il guadagno complessivo per le parti coinvolte sia pari a 2 – 0,4 per cento = 1,6 per cento annuo.

Ci sono diversi modi in cui lo *swap* può essere organizzato. La Figura 5.10 ne mostra uno. La società *A* prende in prestito dollari statunitensi mentre la società *B* prende in prestito dollari australiani. Per la società *A*, l'effetto dello *swap* è quello di trasformare il tasso dell'8 per cento in dollari statunitensi in un tasso dell'11 per cento in dollari australiani. La società *A* riesce quindi a conseguire un risparmio dello 0,7 per cento annuo rispetto ad un finanziamento diretto sul mercato dei prestiti a tasso fisso in dollari australiani. Analogamente, la società *B* trasforma il tasso del 13 per cento in dollari australiani in un tasso del 6,3 per cento in dollari statunitensi e riesce a risparmiare lo 0,7 per cento rispetto ad un finanziamento diretto sul mercato dei prestiti a tasso fisso in dollari statunitensi. L'intermediario finanziario guadagna l'1,3 per cento annuo sui pagamenti in dollari statunitensi e perde l'1,1 per cento annuo sui pagamenti in dollari australiani. Pertanto, se si trascura la diversità delle due valute, l'intermediario finanziario realizza un guadagno netto dello 0,2 per cento annuo. Come previsto, il guadagno complessivo per tutte le parti coinvolte è dell'1,6 per cento annuo.

Si può vedere dalla Figura 5.10 che l'istituzione finanziaria è esposta ad un certo rischio di cambio. Ogni anno realizza un guadagno di \$156.000 (= 1,3 per cento di \$12 milioni) e subisce una perdita di Aus \$220.000 (= 1,1 per cento di Aus \$20 milioni). Tuttavia, l'istituzione finanziaria può evitare questo rischio acquistando 220.000 dollari australiani all'anno nel mercato *forward*, per ciascun anno di vita dello *currency swap*. Così facendo, riuscirà a bloccare un guadagno netto in dollari statunitensi.

Se volessimo ridefinire lo *swap* in modo che l'istituzione finanziaria realizzi uno *spread* dello 0,2 per cento in dollari statunitensi ed uno *spread* nullo in dollari australiani, potremmo giungere all'accordo riportato nella Figura 5.11 o nella Figura 5.12. Queste alternative sono poco probabili perché le società devono sopportare un rischio di cambio.[7] Nella Figura 5.11, è la società *B* che sopporta un certo rischio di cambio, perché paga l'1,1 per cento annuo in dollari australiani e il 5,2 per cento annuo in dollari statunitensi. Nella Figura 5.12, è la società *A* che sopporta un certo rischio di cambio, perché riceve l'1,1 per cento annuo in dollari statunitensi e paga il 13 per cento in dollari australiani.

5.5 VALUTAZIONE DEGLI *SWAPS* SU VALUTE

In assenza del rischio d'insolvenza, uno *swap* su valute può essere scomposto in una posizione su due obbligazioni, come nel caso degli *swaps* su tassi d'interesse. Si consideri la posizione della società *A* nella Tavola 5.6 qualche tempo dopo che è stato effettuato lo scambio iniziale del capitale. La società *A* è corta su un'obbligazione in sterline che paga un tasso dell'11 per cento ed è lunga su un'obbligazione in dollari che paga un tasso dell'8 per cento.

In generale, il valore in dollari, V_{swap}, di un *currency swap* in cui si ricevono dei pagamenti in dollari e si effettuano dei pagamenti in valuta estera è pari a

$$V_{swap} = B_D - S_0 B_F$$

[7] In genere, è ragionevole che sia l'istituzione finanziaria a sopportare il rischio di cambio, dal momento che è nella migliore posizione per effettuare le operazioni di copertura.

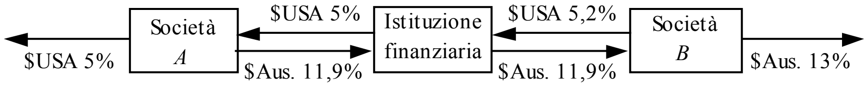


Figura 5.11 Un altro *currency swap*; la società *B* sopporta un certo rischio di cambio.

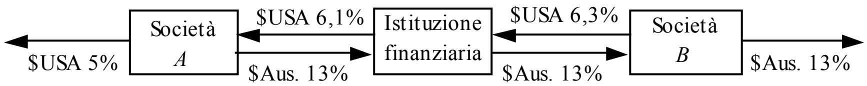


Figura 5.12 Un altro *currency swap*; la società *A* sopporta un certo rischio di cambio.

dove B_F è il valore, misurato in valuta estera, del titolo in valuta estera sottostante lo *swap*, B_D è il valore in dollari d del titolo in dollari sottostante lo *swap* e S_0 è il tasso di cambio *spot* (espresso come numero di unità della valuta interna per unità della valuta estera). Pertanto, il valore dello *swap* può essere determinato in base ai Libor nelle due valute e al tasso di cambio *spot*. Il valore in dollari di uno *swap* in cui si ricevono dei pagamenti in valuta estera e si effettuano dei pagamenti in dollari è

$$V_{swap} = S_0 B_F - B_D.$$

Esempio 5.3

Si supponga che la *term structure* dei Libor, in Giappone e negli Stati Uniti, sia piatta. I tassi giapponesi sono pari al 4 per cento annuo e quelli statunitensi al 9 per cento annuo (entrambi composti continuamente). Un'istituzione finanziaria ha stipulato un *currency swap* in cui riceve il 5 per cento annuo in yen e paga l'8 per cento annuo in dollari, una volta all'anno. I capitali nelle due valute sono pari a \$10 milioni e a ¥1.200 milioni. Lo *swap* durerà ancora per 3 anni ed il tasso di cambio corrente è di ¥110/\$1. In tal caso

$$\begin{aligned}B_D &= \$0{,}8\,e^{-0{,}09\times 1} + \$0{,}8\,e^{-0{,}09\times 2} + \$10{,}8\,e^{-0{,}09\times 3} = \\ &= \$9{,}644 \text{ milioni}\\ B_F &= ¥60\,e^{-0{,}04\times 1} + ¥60\,e^{-0{,}04\times 2} + ¥1.260\,e^{-0{,}04\times 3} = \\ &= ¥1.230{,}55 \text{ milioni.}\end{aligned}$$

Il valore dello *swap* è

$$\frac{¥1.230{,}55}{¥110/\$1} - \$9{,}644 = \$1{,}543 \text{ milioni.}$$

Se l'istituzione finanziaria avesse pagato yen e ricevuto dollari, il valore dello *swap* sarebbe stato pari a –\$1,543 milioni.

Scomposizione in Contratti *Forward*

Lo *swap* su valute può essere scomposto in una serie di contratti *forward*. Si considerino nuovamente le condizioni riportate nella Tavola 5.5. La società *A* si è impegnata a scambiare, in ogni data di pagamento, un'entrata di \$1,2 milioni con una uscita di £1,1 milioni. Inoltre, si è impegnata a scambiare, alla scadenza finale, una entrata di \$15 milioni con un'uscita di £10 milioni. Ognuno di questi scambi rappresenta un contratto *forward*. Nel Paragrafo 3.5 abbiamo visto che i contratti *forward* possono essere valutati assumendo che si realizzi il prezzo *forward* dell'attività sottostante. Si tratta di un modo semplice per valutare i contratti *forward* in cui lo *swap* su valute può essere scomposto.

Esempio 5.4

Si consideri di nuovo la situazione dell'Esempio 5.3. Il tasso di cambio *spot* è di ¥110/$1 ossia di $0,009091/¥1. Dal momento che la differenza tra i tassi d'interesse in dollari e in yen è del 5 per cento annuo, si può utilizzare l'Equazione (3.13) per ottenere i seguenti tassi di cambio *forward* a 1, 2 e 3 anni

$$\$0{,}009091\ e^{0{,}05\times 1} = \$0{,}009557$$
$$\$0{,}009091\ e^{0{,}05\times 2} = \$0{,}010047$$
$$\$0{,}009091\ e^{0{,}05\times 3} = \$0{,}010562$$

rispettivamente. Lo scambio degli interessi comporta l'incasso di 60 milioni di yen e il pagamento di 0,8 milioni di dollari. Il tasso d'interesse, privo di rischio, in dollari è pari al 9 per cento annuo. Il valore dei contratti *forward* può essere calcolato assumendo che si realizzino i tassi *forward*. Pertanto, il valore dei contratti *forward* corrispondenti allo scambio degli interessi è pari (in milioni di dollari) a:

$$(60\times \$0{,}009557 - \$0{,}8)e^{-0{,}09\times 1} = -\$0{,}2071$$
$$(60\times \$0{,}010047 - \$0{,}8)e^{-0{,}09\times 2} = -\$0{,}1647$$
$$(60\times \$0{,}010562 - \$0{,}8)e^{-0{,}09\times 3} = -\$0{,}1269.$$

Lo scambio finale dei capitali comporta l'incasso di 1.200 milioni di yen e il pagamento di 10 milioni di dollari. Anche questo scambio può essere valutato assumendo che si realizzi il tasso *forward* a 3 anni. il valore del contratto *forward* corrispondente a questo scambio è pari (in milioni di dollari) a

$$(1.200\times \$0{,}010562 - \$10)e^{-0{,}09\times 3} = \$2{,}0416.$$

Il valore complessivo dello *swap* è di $2,0416 – $0,1269 – $0,1647 – $0,2071 = $1,543 milioni che è uguale al risultato dei calcoli dell'Esempio 5.3.

Di solito, il valore dei *currency swap* è nullo al momento della stipula. Se i capitali espressi nelle due valute sono, all'inizio dello *swap*, esattamente equivalenti, il valore dello *swap* resta nullo subito dopo lo scambio iniziale dei capitali. Tuttavia, come nel caso degli *interest rate swaps*, ciò non vuol dire che ogni singolo contratto *forward* sottostante il *currency swap* abbia un valore nullo. Si può dimostrare che, quando i tassi d'interesse nelle due valute sono diversi, la parte che paga con la valuta a basso tasso d'interesse si trova in una posizione in cui il valore dei contratti *forward* corrispondenti ai primi scambi di pagamenti è positivo mentre il valore atteso del contratto *forward* corrispondente allo scambio finale dei capitali è negativo. È probabile che la parte che paga con la valuta ad alto tasso d'interesse sia nella posizione opposta: in altri termini, i primi scambi di pagamenti hanno un valore negativo mentre lo scambio finale ha un valore atteso positivo.

Per la parte che paga con la valuta a basso tasso d'interesse, lo *swap* tenderà ad avere un valore negativo durante la maggior parte della sua vita. Ciò perché i contratti *forward* corrispondenti ai primi scambi di pagamenti hanno un valore positivo e, una volta che questi scambi siano stati effettuati, i restanti contratti *forward* tenderanno ad avere un valore complessivo negativo. Per la parte che paga con la valuta ad alto tasso d'interesse è vero il contrario. Lo *swap* tenderà ad avere un valore positivo durante la maggior parte della sua vita. Questi risultati sono importanti quando si valuta il rischio creditizio di uno *swap*.

5.6 ALTRI *SWAPS*

Gli *swaps*, nella forma più generale, sono contratti che comportano lo scambio di pagamenti secondo una formula che dipende dal valore di una o più variabili sottostanti. Pertanto, non c'è limite al numero dei diversi tipi di *swap* che si possono inventare.

Negli *swaps* su tassi d'interesse, si possono utilizzare diversi tassi variabili di riferimento. Il più comune è il Libor a 6 mesi. Tra gli altri figurano: il Libor a 3 mesi, il tasso sulla carta commerciale ad 1 mese, il tasso dei *Treasury bills* ed il tasso, esente da imposta, delle obbligazioni emesse dagli enti territoriali. Si possono costruire *swaps* per scambiare un tasso variabile (ad es. il Libor) con un altro tasso variabile (ad es. il tasso dei *Treasury bills*). Ciò consente ad un'istituzione finanziaria di coprire l'esposizione derivante dal fatto di aver finanziato attività soggette a un certo tasso variabile emettendo passività soggette ad un altro tasso variabile.

Le condizioni contrattuali di uno *swap* possono prevedere che il capitale scambiato venga aggiustato in relazione alle esigenze della controparte. In uno «*swap* con ammortamento» (*amortizing swap*), il capitale si riduce in modo predeterminato, così da corrispondere all'ammortamento di un prestito. In uno «*swap* a salire» (*step-up swap*), il capitale aumenta in modo predeterminato, così da corrispondere all'utilizzo di una linea di credito. Si possono inoltre stipulare degli «*swaps* differiti» (*deferred swaps*) ovvero dei «*forward swaps»,* in cui le parti iniziano a scambiarsi i pagamenti per interessi solo dopo una certa data.

Uno *swap* piuttosto diffuso è quello nel quale due parti si scambiano un tasso d'interesse fisso in una valuta con un tasso variabile in un'altra valuta. Si tratta quindi della combinazione di un "*plain vanilla*" *interest rate swap* e di un *currency swap*. Questo *swap* è detto «*cross-currency swap*» o «*currency coupon swap*».

Gli *swaps* possono essere estesi o chiusi anticipatamente. In un «*extendible swap*», una parte ha la facoltà di estendere la vita dello *swap* oltre il periodo specificato. In un «*puttable swap*», una parte ha la facoltà di chiudere lo *swap* anticipatamente. Sono disponibili anche opzioni su *swaps* ossia «*swaptions*». Queste opzioni consentono di entrare in uno *swap* con tasso fisso predeterminato. Verranno trattate ulteriormente nel Capitolo 20.

I «*constant maturity swaps*» (CMS *swaps*) sono accordi per scambiare un tasso Libor con un tasso *swap*. Ad esempio due società potrebbero impegnarsi a scambiare ogni 6 mesi, per i prossimi 5 anni, il Libor a 6 mesi con il tasso *swap* a 10 anni, facendo riferimento allo stesso capitale nozionale. I «*constant maturity Treasury swaps*» (CMT *swaps*) sono accordi simili per scambiare un tasso Libor con un particolare tasso sui *Treasuries* (ad es. il tasso sui *Treasuries* a 10 anni). Gli «*swaps* a tasso di ammortamento indicizzato» (*index amortizing rate swap*), detti anche «*swaps* a capitale indicizzato» (*indexed principal swaps*), sono *swaps* nel quale il capitale si riduce in un modo che dipende dal livello dei tassi d'interesse (minori sono i tassi d'interesse, maggiore è la riduzione del capitale). Gli «*swaps* differenziali» o «*diff swaps*» sono *swaps* in cui viene scambiato un tasso variabile nella valuta nazionale con un tasso variabile in una valuta estera, facendo riferimento allo stesso capitale espresso nella valuta nazionale.

Gli «*swaps* su azioni» (*equity swaps*) sono *swaps* in cui i dividendi e i guadagni in conto capitale relativi ad un indice azionario vengono scambiati con un tasso d'interesse fisso o variabile. Gli *equity swaps* possono essere utilizzati dai gestori per passare da un investimento in obbligazioni ad un investimento in azioni, e viceversa. Gli «*swaps* su merci» (*commodity swaps*) stanno diventando sempre più comuni. Una società che consuma 100.000 barili di petrolio all'anno potrebbe impegnarsi a pagare \$2 milioni all'anno per i prossimi 10 anni per ricevere in cambio 100.000*S*, dove *S* è il prezzo di mercato del petrolio per barile. In tal modo, il costo del petrolio rimarrebbe bloccato a \$20 per barile. Allo stesso modo, un produttore di petrolio potrebbe impegnarsi allo scambio opposto, che avrebbe l'effetto di bloccare il suo ricavo unitario a \$20 per barile. Un'innovazione recente è rappresentata dai *credit swaps*, che verranno presentati nel Capitolo 23.

5.7 RISCHIO DI CREDITO

I contratti come gli *swaps*, che sono accordi privati tra due società, comportano un certo rischio di credito. Si consideri un'istituzione finanziaria che ha stipulato due contratti di segno opposto con due società, *A* e *B* (si vedano ad esempio la Figura 5.4, la Figura 5.5 o la Figura 5.7). Se nessuna delle due parti fallisce, l'istituzione finanziaria rimane perfettamente coperta. La riduzione di valore di un contratto sarà sempre bilanciata dall'aumento di valore dell'altro contratto. Tuttavia, c'è la possibilità che una delle due controparti vada incontro a difficoltà finanziarie e fallisca. In tal caso, l'istituzione finanziaria dovrà comunque onorare il contratto con l'altra controparte.

Si supponga che, dopo un certo tempo dall'inizio dei contratti mostrati nella Figura 5.4, il contratto con la società *B* abbia un valore positivo per l'istituzione finanziaria mentre quello con la società *A* abbia un valore negativo. Se la società *B* fallisce, l'istituzione finanziaria perderà il valore positivo che ha in questo contratto. Per mantenere bilanciata la sua posizione, dovrà trovare una terza parte che voglia rilevare la posizione della società *B*. Per indurla a farlo, dovrà pagare alla terza parte un ammontare all'incirca uguale al valore che il contratto aveva per l'istituzione finanziaria prima dell'insolvenza di *B*.

L'istituzione finanziaria è esposta al rischio di credito solo se il valore dello *swap* è positivo. Cosa succede quando il valore è negativo e la controparte si trova in difficoltà finanziarie? In teoria, l'istituzione finanziaria potrebbe realizzare un guadagno insperato, dato che l'insolvenza potrebbe consentirle di liberarsi di una passività. In pratica, è probabile che la controparte decida di vendere il contratto ad una terza parte o di sistemare i suoi affari in modo da non perdere il valore positivo del contratto. Pertanto, l'assunzione più realistica per l'istituzione finanziaria è la seguente. Se la controparte fallisce ed il valore dello *swap* per l'istituzione finanziaria è positivo, l'istituzione finanziaria subisce una perdita. Non si ha invece alcun effet-

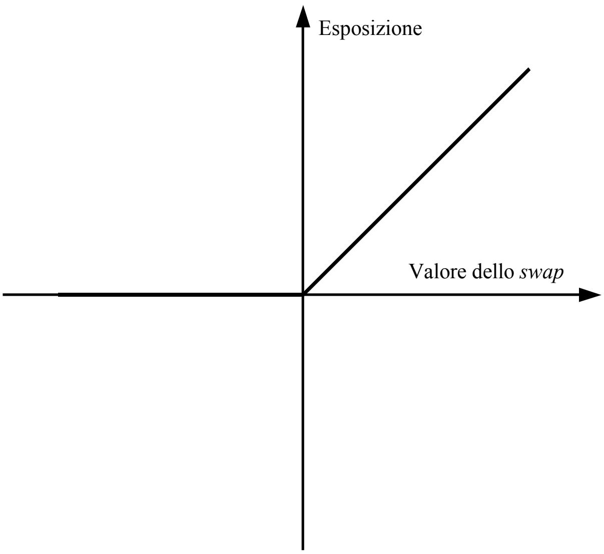


Figura 5.13 Esposizione creditizia in uno *swap*.

to sulla posizione dell'istituzione finanziaria se il valore dello *swap* è per essa negativo. Questa conclusione è stata riassunta nella Figura 5.13.

Nel caso degli *swaps*, le possibili perdite per insolvenza sono molto inferiori a quelle su prestiti con uguale valore nominale, dato che il valore degli *swaps* è in genere uguale ad una piccola frazione del valore dei prestiti. Le possibili perdite per insolvenza su *currency swaps* sono maggiori di quelle su *interest rate swaps*, dato che i *currency swaps* possono avere un valore maggiore per via dello scambio dei capitali alla fine della loro vita.

Talvolta, le istituzioni finanziarie possono prevedere quale dei due contratti di segno opposto avrà probabilmente un valore positivo. Si consideri lo *swap* su valute mostrato nella Figura 5.10. I tassi d'interesse in dollari australiani sono più alti dei tassi d'interesse in dollari statunitensi. Ciò vuol dire che, probabilmente, col passare del tempo, il valore dello *swap* con *A* sarà negativo mentre quello dello *swap* con *B* sarà positivo. Pertanto, il merito di credito di *B* è più importante del merito di credito di *A*.

È importante distinguere tra il rischio di credito ed il rischio di mercato che un'istituzione finanziaria ha di fronte nei vari contratti. Come si è già detto, il rischio di credito deriva dalla possibilità di insolvenza della controparte quando il valore del contratto, per l'istituzione finanziaria, è positivo. Il rischio di mercato deriva dalla possibilità che le variabili di mercato, quali i tassi d'interesse o i tassi di cambio, si muovano in una direzione che rende negativo il valore del contratto per l'istituzione finanziaria. I rischi di mercato possono essere coperti entrando in contratti di segno opposto; i rischi di credito sono meno facili da coprire. Il rischio di credito verrà ancora trattato nel Capitolo 23. Il rischio di mercato verrà ancora trattato nel Capitolo 13 e nel Capitolo 14.

SOMMARIO

I due tipi più comuni di *swap* sono gli *swaps* su tassi d'interesse e gli *swaps* su valute. Negli *swaps* su tassi d'interesse, una parte si impegna a pagare all'altra parte, per un certo numero di anni, un tasso d'interesse fisso su un capitale nozionale. In cambio, riceve un tasso d'interesse variabile sullo stesso capitale nozionale, per lo stesso periodo di tempo. Negli *swaps* su valute, una parte si impegna a pagare gli interessi su un capitale denominato in una valuta. In cambio, riceve gli interessi su un capitale denominato in un'altra valuta.

Negli *swaps* su tassi d'interesse, i capitali non vengono scambiati. Negli *swaps* su valute, i capitali vengono scambiati sia all'inizio sia alla fine della vita dello *swap*. All'inizio dello *swap*, la parte che paga gli interessi in valuta estera riceve il capitale in valuta estera e paga il capitale in valuta interna. Alla fine della vita dello *swap*, paga il capitale in valuta estera e riceve il capitale in valuta interna.

Gli *swaps* su tassi d'interesse possono essere utilizzati per trasformare un finanziamento a tasso variabile in un finanziamento a tasso fisso, e viceversa. Possono anche essere utilizzati per trasformare un investimento a tasso variabile in un investimento a tasso fisso, e viceversa. Gli *swaps* su valute possono essere utilizzati per trasformare un finanziamento denominato in una certa valuta in un finanziamento denominato in un'altra valuta. Possono anche essere utilizzati per trasformare un investimento denominato in una certa valuta in un investimento denominato in un'altra valuta.

Ci sono due modi per valutare gli *swaps* su tassi d'interesse e su valute. Nel primo, lo *swap* viene considerato come una posizione lunga su un titolo combinata con una posizione corta su un altro titolo. Nel secondo, viene considerato come un portafoglio di contratti *forward*.

Quando entrano in uno *swap*, le istituzioni finanziarie si espongono al rischio di credito. Se la controparte fallisce e lo *swap* ha un valore positivo, l'istituzione finanziaria subisce una perdita. Se la controparte fallisce e lo *swap* ha un valore negativo, è ragionevole assumere che l'istituzione finanziaria non realizza un guadagno né subisce una perdita.

SUGGERIMENTI PER ULTERIORI LETTURE

BICKSLER, J. e CHEN, A. H. "An Economic Analysis of Interest Rate Swaps", *The Journal of Finance*, 41, 3 (1986), 645-55.

HULL, J. C., "Assessing Credit Risk in a Financial Institution's Off-Balance Sheet Commitments", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 24 (December 1989), 489-502.

HULL, J. C. e WHITE, A., "The Impact of Default Risk on the Prices of Options and Other Derivative Securities", *Journal of Banking and Finance*, 19 (1995), 299-322.

HULL, J. C. e WHITE, A. "The Price of Default", *Risk*, (September 1992), 101-3.

INTERNATIONAL SWAPS AND DERIVATIVES ASSOCIATION, *Code of Standard, Working Assumptions and Provisions for Swaps*. New York.

LAYARD-LIESCHING, R., "Swap Fever", *Euromoney*, Supplement (January 1986), 108-13.

LITZENBERGER, R. H., “Swaps: Plain and Fanciful”, *Journal of Finance*, 47, 3 (1992), 831-50.

MARSHALL, J. F. e KAPNER, K. R., *Understanding Swap Finance*. Cincinnati, OH: South-Western, 1990.

SMITH, C. W., SMITHSON, C. W. e WAKEMAN, L. M., “The Evolving Market for Swaps”, *Midland Corporate Finance Journal*, 3 (Winter 1986), 20-32.

TURNBULL, S. M., “Swaps: A Zero Sum Game”, *Financial Management*, 16 (Spring 1987), 15-21.

WALL, L. D. e PRINGLE, J. J., “Alternative Explanations of Interest Rate Swaps: A Theoretical and Empirical Analysis”, *Financial Management*, 18, 2 (Summer 1989), 59-73.

DOMANDE E PROBLEMI

(le risposte si trovano nel *Manuale delle Soluzioni*)

5.1. Alle società *A* e *B* sono stati offerti i seguenti tassi annuali per un prestito a 5 anni di $20 milioni:

	Tasso fisso	*Tasso variabile*
Società A	12,0%	Libor + 0,1%
Società B	13,4%	Libor + 0,6%

La società *A* vuole un prestito a tasso variabile; la società *B* un prestito a tasso fisso. Costruite uno *swap* che renda lo 0,1 per cento annuo netto alla banca che funge da intermediario e che sia ugualmente attraente per ciascuna delle due società.

5.2. La società *X* vuole prendere in prestito dollari statunitensi a tasso fisso. La società *Y* vuole prendere in prestito yen giapponesi a tasso fisso. Gli importi chiesti sono all’incirca uguali, al tasso di cambio corrente. Alle due società sono stati offerti i seguenti tassi d’interesse annuali (aggiustati per tener conto dei diversi trattamenti fiscali):

	Yen	*Dollari*
Società X	5,0%	9,6%
Società Y	6,5%	10,0%

Costruite uno *swap* che renda 50 punti base annui netti alla banca che funge da intermediario. Fate sì che lo *swap* sia ugualmente attraente per ciascuna delle due società e che tutto il rischio di cambio venga sostenuto dalla banca.

5.3. Uno *swap* su tassi d’interesse per $100 milioni ha una vita residua di 10 mesi. In base agli accordi presi, il Libor a 6 mesi viene scambiato con il 12 per cento annuo (composto semestralmente). Attualmente, negli *swap* di qualsiasi scadenza, la media dei tassi denaro e lettera che vengono scambiati con il Libor a 6 mesi è pari al 10 per cento annuo (composto continuamente). Due mesi fa il Libor a 6 mesi era pari al 9,6 per cento annuo. Qual è il valore corrente dello *swap* per la parte che paga il variabile? Qual è il suo valore per la parte che paga il fisso?

5.4. Cosa s’intende per «magazzino» di *swaps*?

5.5. Uno *swap* su valute ha una vita residua di 15 mesi. In base agli accordi presi, gli interessi al 14 per cento su £20 milioni vengono scambiati una volta all’anno con gli interessi al 10 per cento su $30 milioni. Attualmente, la struttura dei tassi d’interesse per scadenza, sia nel Regno Unito sia negli Stati Uniti, è piatta e se lo *swap* fosse negoziato oggi i tassi d'interesse scambiati sarebbero pari all'8 per cento in dollari e all'11 per cento in sterline. Tutti i tassi d'interesse sono composti annualmente. Il tasso di cambio corrente è pari a \$1,65. Qual è il valore corrente dello *swap* per la parte che paga in sterline? Qual è il suo valore per la parte che paga in dollari?

5.6. Spiegate la differenza tra rischio di credito e rischio di mercato in un contratto finanziario.

5.7. Spiegate perché una banca è esposta al rischio di credito quando stipula due *swaps* di segno opposto.

5.8. Alle società *X* e *Y* sono stati offerti i seguenti tassi annuali per un investimento di \$5 milioni a 10 anni:

	Tasso fisso	*Tasso variabile*
Società X	8,0%	Libor
Società Y	8,8%	Libor

La società *X* vuole effettuare un investimento a tasso fisso; la società *Y* vuole effettuare un investimento a tasso variabile. Costruite uno *swap* che renda lo 0,2 per cento annuo netto alla banca che funge da intermediario e che sia ugualmente attraente per ciascuna delle due società.

5.9. Un'istituzione finanziaria ha stipulato uno *swap* su tassi d'interesse con la società *X*. In base agli accordi presi, riceve il 10 per cento annuo e paga il Libor a 6 mesi su un capitale di \$10 milioni per 5 anni. I pagamenti vengono effettuati ogni 6 mesi. Supponete che la società *X* fallisca alla sesta data di pagamento (ossia alla fine del 3° anno) quando il tasso d'interesse (composto ogni 6 mesi) è dell'8 per cento annuo per tutte le scadenze. Qual è la perdita subìta dall'istituzione finanziaria? Assumete che il Libor a 6 mesi sia stato pari al 9 per cento annuo nei primi 6 mesi del 3° anno.

5.10. Un'istituzione finanziaria ha stipulato uno *swap* su valute a 10 anni con la società *Y*. In base agli accordi presi, riceve interessi al 3 per cento annuo in franchi svizzeri e paga interessi all'8 per cento annuo in dollari statunitensi. I pagamenti per interessi vengono scambiati una volta all'anno. I capitali scambiati sono di \$7 milioni e di 10 milioni di franchi. Supponete che la società *Y* fallisca alla fine del 6° anno quando il tasso di cambio è di \$0,8 per franco. Qual è la perdita subìta dall'istituzione finanziaria? Assumete che alla fine del 6° anno i tassi d'interesse, per tutte le scadenze, siano pari al 3 per cento annuo in franchi svizzeri e all'8 per cento annuo in dollari statunitensi. Tutti i tassi d'interesse sono composti annualmente.

5.11. Alle società *A* e *B* vengono offerti i seguenti tassi d'interesse:

	A	*B*
Dollari statunitensi (tasso variabile)	Libor + 0,5%	Libor + 1%
Dollari canadesi (tasso fisso)	5%	6,5%

Supponete che *A* voglia prendere in prestito dollari statunitensi a tasso variabile e che *B* voglia prendere in prestito dollari canadesi a tasso fisso. Un'istituzione finanziaria è disposta ad organizzare uno *swap* in cambio di uno *spread* di 50 punti base. Se lo *swap* è ugualmente attraente per *A* e per *B*, quali tassi d'interesse *A* e *B* finiranno per pagare?

5.12. Se l'istituzione finanziaria della Figura 5.10 copre i suoi rischi di cambio utilizzando contratti *forward*, è probabile che il suo *spread* medio risulti maggiore o minore di 40 punti base? Spiegate la vostra risposta.

5.13. Come si può creare uno *swap* differito in base ad altri due *swaps*?

5.14. "Le società con elevati rischi di credito sono quelle che non hanno accesso diretto ai mercati del tasso fisso. È probabile che in uno *swap* di tassi d'interesse esse paghino il fisso e ricevano il variabile". Assumete che questa affermazione sia vera. Credete che ciò faccia aumentare o diminuire la rischiosità del portafoglio di *swaps* di un'istituzione finanziaria? Assumete che sia più probabile che le società falliscano quando i tassi d'interesse sono alti.

5.15. Perché la perdita attesa dall'insolvenza su un *interest rate swap* è inferiore alla perdita attesa dall'insolvenza su un prestito con uguale valore nominale?

5.16. Una banca ritiene che le sue attività non siano in linea con le passività. La banca raccoglie depositi a tasso variabile e concede prestiti a tasso fisso. Come si possono utilizzare gli *swaps* per eliminare il rischio d'interesse?

5.17. Spiegate come valutereste un *swap* in cui si riceve il variabile nella valuta A e si paga il fisso nella valuta B. I capitali non vengono scambiati.

ESERCIZI

5.18. La società A, un'impresa manifatturiera inglese, vuole prendere in prestito dollari a tasso fisso e la società B, una multinazionale statunitense, vuole prendere in prestito sterline a tasso fisso. Alle due società sono stati offerti i seguenti tassi annuali (aggiustati per tener conto dei diversi trattamenti fiscali):

	Sterline	*Dollari*
Società A	11,0%	7,0%
Società B	10,6%	6,2%

Costruite un *currency swap* che renda 10 punti base annui netti alla banca che funge da intermediario e che produca un guadagno di 15 punti base annui per ciascuna delle due società.

5.19. In uno *swap* su tassi d'interesse, un'istituzione finanziaria ha convenuto di pagare il 10 per cento annuo e di ricevere in cambio il Libor a 3 mesi su un capitale nozionale di \$100 milioni. I pagamenti vengono scambiati ogni 3 mesi e lo *swap* ha una vita residua di 14 mesi. Attualmente, negli *swaps* di qualsiasi scadenza, la media dei tassi denaro e lettera che vengono scambiati con il Libor a 3 mesi è pari al 12 per cento annuo. Un mese fa il Libor a 3 mesi era pari all'11,8 per cento annuo. Tutti i tassi sono composti ogni 3 mesi. Qual è il valore dello *swap*?

5.20. Supponete che, negli Stati Uniti e in Australia, la struttura per scadenza dei tassi d'interesse sia piatta. Il tasso d'interesse in dollari statunitensi è del 7 per cento annuo mentre il tasso d'interesse in dollari australiani è del 9 per cento annuo. Entrambi i tassi sono composti continuamente. Il tasso di cambio corrente è di \$0,62 per ogni dollaro australiano. In base agli accordi presi in uno *swap*, un'istituzione finanziaria paga l'8 per cento annuo in dollari australiani e riceve il 4 per cento annuo in dollari statunitensi. I capitali scambiati sono pari a \$12 milioni e a 20 milioni di dollari australiani. I pagamenti vengono scambiati una volta all'anno (uno scambio è stato appena effettuato). Lo *swap* durerà ancora 2 anni. Qual è il valore dello *swap* per l'istituzione finanziaria?

5.21. La società X, con sede nel Regno Unito, vorrebbe prendere in prestito per 5 anni \$50 milioni a tasso fisso ma, dato che non è molto nota negli Stati Uniti, non vi riesce. Alla società viene però offerto un prestito a 5 anni in sterline al tasso fisso del 12 per cento annuo. La società

Y, con sede negli Stati Uniti, vorrebbe prendere in prestito a tasso fisso, per 5 anni, l'equivalente in sterline di $50 milioni ma anch'essa non vi riesce. Le viene però offerto un prestito in dollari al tasso fisso del 10,5 per cento annuo. Attualmente, il tasso di rendimento dei titoli di Stato a 5 anni è del 9,5 per cento negli Stati Uniti e del 10,5 per cento nel Regno Unito. Suggerite come costruire uno *swap* su valute che renda all'intermediario finanziario lo 0,5 per cento annuo netto.

APPENDICE 5A

Costruzione della Curva dei Tassi Libor

In quest'appendice, vedremo come si costruisce la curva dei Libor *zero rates*.

Il metodo più comune è quello di utilizzare i tassi Libor per definire la *zero curve* nel tratto fino ad un anno, i *futures* su eurodollari per le scadenze tra un anno e N anni ed i tassi *swap* oltre gli N anni. Il valore di N dipende dai paesi. Per i Libor in dollari statunitensi, in genere si usa $N = 5$.

Utilizzando aggiustamenti per la convessità simili a quello descritto nel Paragrafo 4.12, si ricavano i tassi *forward* a 90 giorni sulla base dei contratti *futures* su eurodollari. In genere, i periodi di 90 giorni a cui i tassi *forward* si riferiscono iniziano il giorno successivo a quello in cui termina il precedente periodo di 90 giorni. Ciò vuol dire che possiamo utilizzare una procedura induttiva per definire la *zero curve*. In base all'Equazione (4.1), il tasso *forward*, R_F, per il periodo tra T_1 e T_2 può essere combinato con il tasso spot, R_1, per la scadenza T_1 al fine di ottenere il tasso spot, R_2, per la scadenza T_2:

$$R_2 = \frac{R_F(T_2 - T_1) + R_1 T_1}{T_2}.$$

Esempio 5.5

Supponiamo che il tasso *spot* a 3 anni sia del 4,8 per cento e che il tasso *forward* per il periodo tra 3 e 3,25 anni sia del 5,3 per cento. Il tasso *spot* a 3,25 anni è

$$\frac{0{,}053 \times 0{,}25 + 0{,}048 \times 3}{3{,}25} = 0{,}04838$$

Vediamo ora come si usano i tassi *swap* per ricavare la *zero curve* oltre i cinque anni. Consideriamo il tasso *swap* a 7 anni e supponiamo che sia del 7,5 per cento. Questa è la media tra i tassi denaro e lettera che vengono scambiati con il Libor negli *swaps* a 7 anni. All'inizio della vita dello *swap*, il valore dello *swap* è nullo ed il titolo a tasso variabile quota alla pari. Ne segue che anche il titolo a tasso fisso quota alla pari. Pertanto, i titoli con tasso cedolare del 7,5 per cento annuo quotano alla pari. Gli altri tassi *swap* definiscono altri titoli che quotano alla pari. Questi titoli possono essere utilizzati per ricavare gli *zero rates* con il metodo *bootstrap* descritto nel Paragrafo 4.4.

Capitolo 8

Strategie Operative mediante Opzioni

Il profilo dei profitti degli investimenti in una *call* o in singola *put* è stato presentato nel Capitolo 1. In questo capitolo tratteremo più diffusamente dei profili che si possono ottenere quando si utilizzano le opzioni. Si assumerà che l'attività sottostante sia rappresentata da un'azione, ma profili di profitto analoghi si ottengono anche se l'attività sottostante è rappresentata da una valuta, un indice azionario o un *futures*.

Nel primo paragrafo vedremo cosa succede quando si combina un'opzione con l'azione sottostante. Vedremo quindi i profili di profitto che si possono ottenere quando si acquistano due o più opzioni scritte sullo stesso titolo. Una delle caratteristiche delle opzioni è che si prestano ad essere utilizzate per creare un'ampia varietà di funzioni di profitto. In teoria, se fossero disponibili opzioni europee per tutti i possibili prezzi d'esercizio, potremmo creare una qualsiasi funzione di profitto.

8.1 STRATEGIE CON UN'OPZIONE E L'AZIONE SOTTOSTANTE

Esistono diverse strategie operative che combinano un'opzione con l'azione sottostante. I profitti (e le perdite) su queste strategie sono mostrati nella Figura 8.1. In questa figura, e in altre che verranno presentate in questo capitolo, le linee tratteggiate mostrano la relazione tra profitto e prezzo dell'azione per ciascuno contratto mentre la linea continua mostra la stessa relazione per l'intero portafoglio.

Nella Figura 8.1a il portafoglio è composto da una posizione lunga su una azione e da una posizione corta su una *call*. La strategia d'investimento rappresentata da questo portafoglio è detta «vendita di una *call* coperta» (*writing a covered call*). La posizione lunga sull'azione "copre" o protegge l'investitore dalla possibilità di un forte rialzo del prezzo dell'azione. Nella Figura 8.1b viene combinata una posizione corta su un'azione con una posizione lunga su una *call*. Si tratta dell'acquisto di una *call* coperta. Nella Figura 8.1c la strategia d'investimento riguarda l'acquisto di una *put* e dell'azione sottostante. Talvolta questa strategia è chiamata «acquisto di una *put* difensiva» (*buying a protective put*). Nella Figura 8.1d viene combinata una posizione corta su una *put* con una posizione corta sull'azione sottostante. Si tratta della vendita di una *put* difensiva.

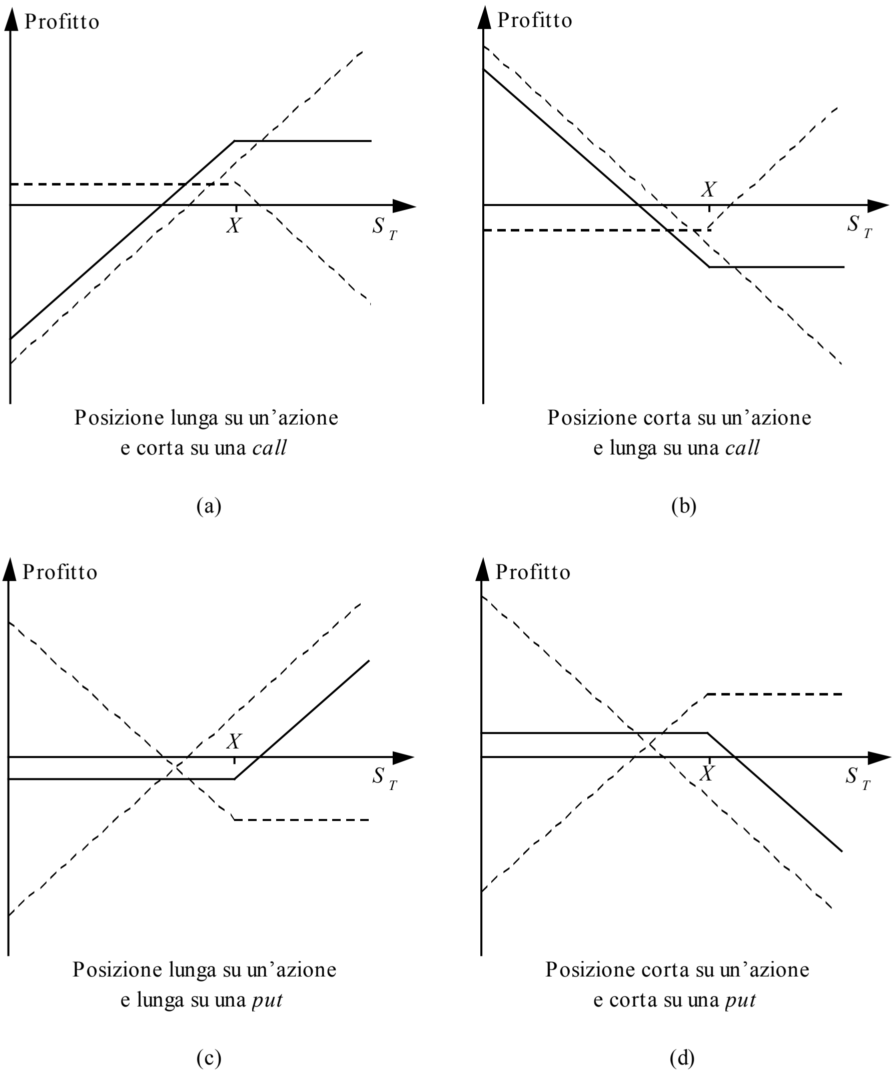


Figura 8.1 Profitti e perdite derivanti da strategie che combinano un'opzione e un'azione.

I profili di profitto delle Figura 8.1a, b, c, d sono analoghi a quelli presentati nel Capitolo 1 per la *put* corta, la *put* lunga, la *call* lunga e la *call* corta, rispettivamente. La *put-call parity* fornisce la spiegazione di questo risultato. Si ricorderà che la *put-call parity* [Equazione (7.7)] è data dalla seguente relazione

$$p + S_0 = c + Xe^{-r(T-t)} + D \tag{8.1}$$

dove p è il prezzo di una *put* europea, S_0 è il prezzo dell'azione, c è il prezzo di una *call* europea, X è il prezzo di esercizio, r è il tasso d'interesse privo di rischio, T è la data di scadenza e D è il valore attuale dei dividendi.

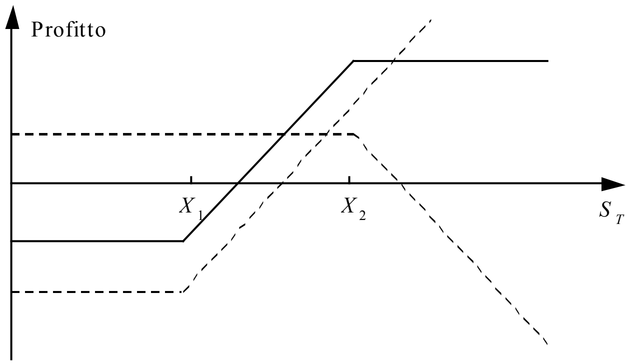


Figura 8.2 *Spread* al rialzo mediante *calls*.

L'Equazione (8.1) fa vedere che una posizione lunga su una *put* combinata con una posizione lunga sull'azione sottostante equivale ad una posizione lunga su una *call* più un importo in denaro pari a $Xe^{-rT} + D$. Si spiega così perché il profilo dei profitti della Figura 8.1c è simile al profilo dei profitti relativi ad una *call* lunga. La posizione descritta nella Figura 8.1d è inversa rispetto a quella descritta nella Figura 8.1c, per cui comporta un profilo di profitti analogo a quello di una *call* corta.

L'Equazione (8.1) può essere riscritta nel modo seguente:

$$S_0 - c = Xe^{-r(T-t)} + D - p.$$

Pertanto, una posizione lunga su un'azione e corta su una *call* equivale ad una posizione corta su una *put* più un importo in denaro pari a $Xe^{-rT} + D$. Si spiega così perché il profilo dei profitti della Figura 8.1a è simile al profilo dei profitti relativi ad una *put* corta. La posizione descritta nella Figura 8.1b è inversa rispetto a quella descritta nella Figura 8.1a, per cui è analoga ad una *put* lunga.

8.2 *SPREADS*

Si ha una strategia operativa mediante *spreads* quando si assumono posizioni su due o più opzioni dello stesso tipo (cioè, due o più *calls* o due o più *puts*).

Spreads al Rialzo

Uno degli *spreads* più diffusi è lo «*spread* al rialzo» (*bull spread*). Può essere creato comprando una *call* con un certo prezzo d'esercizio e vendendo una *call* con un prezzo d'esercizio più alto. Entrambe le opzioni sono scritte sullo stesso titolo ed hanno la stessa scadenza. Questa strategia è illustrata nella Figura 8.2. I profitti derivanti dalle due posizioni, prese separatamente, sono indicati con le linee tratteggiate. Il profitto dell'intera strategia, indicato con la linea continua, è la somma dei profitti indicati con le linee tratteggiate. Dato che il prezzo di una *call* diminuisce sempre al crescere del prezzo d'esercizio, il valore dell'opzione venduta è sempre minore del valore dell'opzione comprata. Pertanto, uno *spread* al rialzo creato con le *calls* richiede un investimento iniziale.

TAVOLA 8.1 Valore finale di uno *spread* al rialzo.

Prezzo dell'azione	*Valore finale della call lunga*	*Valore finale della call corta*	*Valore finale complessivo*
$S_T < X_1$	0	0	0
$X_1 \leq S_T < X_2$	$S_T - X_1$	0	$S_T - X_1$
$X_2 \leq S_T$	$S_T - X_1$	$-(S_T - X_2)$	$X_2 - X_1$

Sia X_1 il prezzo d'esercizio della *call* comprata, X_2 il prezzo d'esercizio della *call* venduta e S_T il prezzo dell'azione alla scadenza delle opzioni. La Tavola 8.1 mostra il valore finale complessivo dello *spread* al rialzo. Se il prezzo dell'azione, alla data di scadenza, è minore del prezzo d'esercizio più basso, il valore finale è nullo. Se è compreso tra i due prezzi d'esercizio, il valore finale è pari a $S_T - X_1$. Se è maggiore del prezzo d'esercizio più alto, il valore finale è pari alla differenza tra i due prezzi d'esercizio, $X_2 - X_1$. I profitti (e le perdite) mostrati nella Figura 8.2 sono stati calcolati sottraendo il costo iniziale dello *spread* dal suo valore finale.

Le strategie mediante *bull spreads* limitano i profitti in caso di rialzo (*upside potential*) e le perdite in caso di ribasso (*downside risk*). Si può descrivere la strategia dicendo che l'investitore ha una *call* con prezzo di esercizio X_1 e decide di rinunciare a parte dei suoi possibili profitti vendendo una *call* con prezzo d'esercizio X_2 ($X_2 > X_1$). In cambio dei profitti cui rinuncia, riceve il premio della *call* con prezzo d'esercizio X_2. Si possono distinguere tre diversi tipi di *bull spread*:

1. entrambe le *calls* sono *out of the money*;
2. una *call* è *in the money* mentre l'altra è *out of the money*;
3. entrambe le *calls* sono *in the money*.

Gli *spreads* al rialzo più aggressivi sono quelli del primo tipo. Costano molto ed è piccola la probabilità di un valore finale relativamente alto ($= X_2 - X_1$). Passando dal tipo 1 al tipo 2 e da questo al tipo 3, gli *spreads* diventano meno rischiosi.

Esempio 8.1

Un investitore compra per \$3 una *call* con prezzo d'esercizio di \$30 e vende per \$1 una *call* con prezzo d'esercizio di \$35. Il valore finale di questo *spread* al rialzo è nullo se il prezzo dell'azione scende sotto i \$30 ed è di \$5 se supera i \$35. Se il prezzo dell'azione è compreso tra \$30 e \$35, il valore finale è pari alla differenza tra il prezzo dell'azione e \$30. Il costo iniziale della strategia è di \$3 – \$1 = \$2. Pertanto il profitto è il seguente:

Prezzo dell'azione	*Profitto*
$S_T \leq \$30$	$-\$2$
$\$30 < S_T \leq \$35$	$S_T - \$32$
$\$35 < S_T$	\$3

Lo *spread* al rialzo può anche essere costruito comprando una *put* con prezzo di esercizio basso e vendendo una *put* con prezzo d'esercizio alto. Questo *spread* è mostrato nella Figura 8.3. A differenza degli *spreads* al rialzo mediante *calls*, gli *spre-*

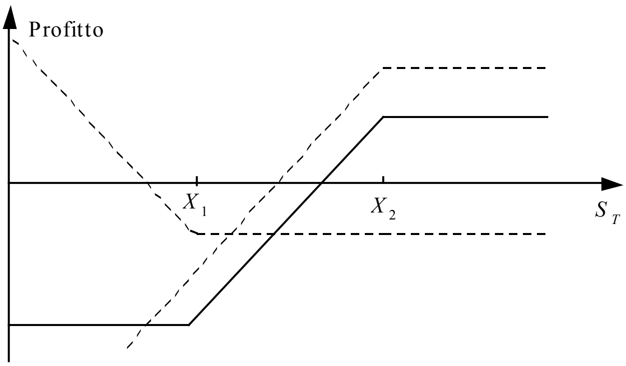


Figura 8.3 *Spread* al rialzo mediante *puts*.

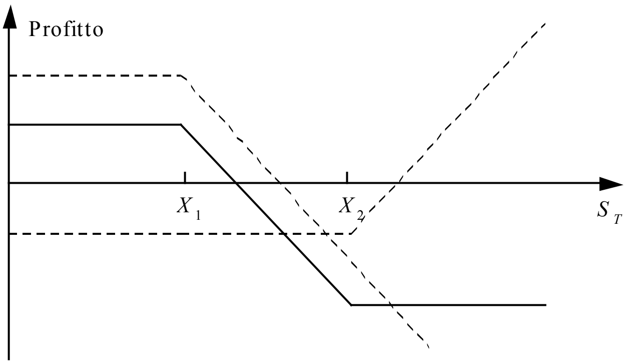


Figura 8.4 *Spread* al ribasso mediante *calls*.

ads al rialzo mediante *puts* comportano, per l'investitore, un incasso immediato (trascurando i depositi di garanzia) ed un valore finale negativo o nullo.

Spreads al Ribasso

Chi mette in atto uno *spread* al rialzo si augura che il prezzo dell'azione salga mentre chi costruisce uno «*spread* al ribasso» (*bear spread*) si augura che il prezzo scenda. Così come per lo *spread* al rialzo, lo *spread* al ribasso si ottiene acquistando una *call* con un certo prezzo d'esercizio e vendendo una *call* con un altro prezzo d'esercizio. Tuttavia, nel caso del *bear spread* il prezzo d'esercizio della *call* acquistata è maggiore del prezzo d'esercizio della *call* venduta. Nella Figura 8.4 è mostrato un *bear spread*, il cui profitto è indicato dalla linea continua. Uno *bear spread* mediante *calls* comporta un incasso immediato (trascurando i depositi di garanzia), dato che il prezzo della *call* venduta è maggiore del prezzo della *call* acquistata.

La Tavola 8.2 mostra il valore finale dello *spread* al ribasso assumendo che i prezzi d'esercizio siano X_1 e X_2, con $X_1 < X_2$. Se il prezzo dell'azione, alla data di scadenza, è minore di X_1, il valore finale è nullo. Se è compreso tra X_1 e X_2, il valore finale è pari a $X_1 - S_T$. Se è maggiore di X_2, il valore finale è pari a $X_1 - X_2$. I profitti (e le perdite) si calcolano aggiungendo il ricavo iniziale al valore finale.

TAVOLA 8.2 Valore finale di uno *spread* al ribasso.

Prezzo dell'azione	*Valore finale della call lunga*	*Valore finale della call corta*	*Valore finale complessivo*
$S_T \leq X_1$	0	0	0
$X_1 < S_T \leq X_2$	0	$-(S_T - X_1)$	$X_1 - S_T$
$X_2 < S_T$	$S_T - X_2$	$-(S_T - X_1)$	$X_1 - X_2$

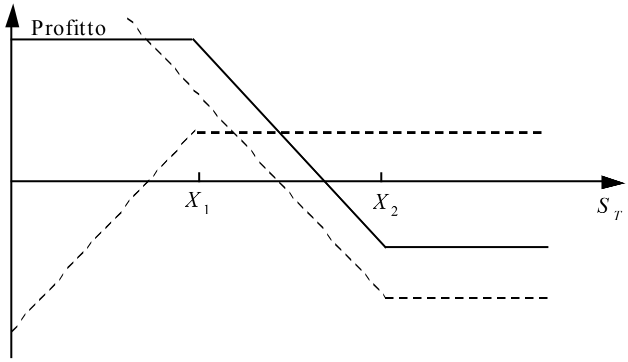


Figura 8.5 *Spread* al ribasso mediante *puts*.

Esempio 8.2

Un operatore compra per \$1 una *call* con prezzo d'esercizio di \$35 e vende per \$3 una *call* con prezzo d'esercizio di \$30. Il valore finale di questo *spread* al ribasso è nullo se il prezzo dell'azione scende sotto i \$30 ed è di –\$5 se supera i \$35. Se il prezzo dell'azione è compreso tra \$30 e \$35, il valore finale è pari \$30 – S_T. Il ricavo iniziale della strategia è di \$3 – \$1 = \$2. Pertanto i profitti (e le perdite) sono:

Prezzo dell'azione	*Profitto*
$S_T \leq \$30$	+\$2
$\$30 < S_T \leq \$35$	$\$32 - S_T$
$\$35 < S_T$	–\$3

Al pari degli *spreads* al rialzo, gli *spreads* al ribasso limitano l'*upside potential* e il *downside risk*. Anche gli *spreads* al ribasso possono essere costruiti utilizzando le *puts* piuttosto che le *calls*. L'operatore compra una *put* con prezzo d'esercizio alto e vende una *put* con prezzo d'esercizio basso. Questo *spread* al ribasso è mostrato nella Figura 8.5. A differenza degli *spreads* al ribasso creati mediante *calls*, gli *spreads* al ribasso creati mediante *puts* comportano, per l'investitore, un esborso iniziale. In sostanza, l'investitore ha comprato una *put* con un certo prezzo d'esercizio ed ha deciso di rinunciare a parte dei possibili profitti vendendo una *put* con prezzo d'esercizio minore. In cambio dei profitti cui ha rinunciato, l'investitore riceve il prezzo dell'opzione venduta.

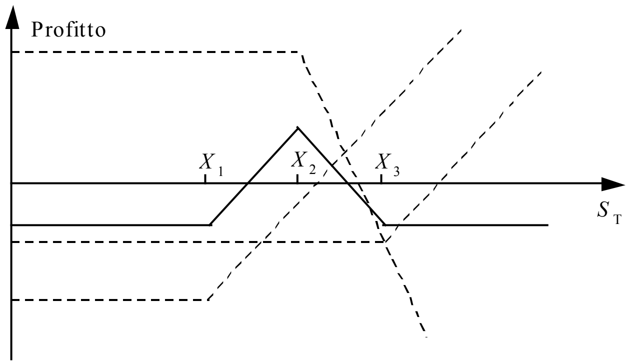


Figura 8.6 *Spread* a farfalla mediante *calls*.

TAVOLA 8.3 Valore finale di uno *spread* a farfalla.

Prezzo dell'azione	*Valore finale della prima call lunga*	*Valore finale della seconda call lunga*	*Valore finale delle due calls corte*	*Valore finale complessivo**
$S_T \leq X_1$	0	0	0	0
$X_1 < S_T \leq X_2$	$S_T - X_1$	0	0	$S_T - X_1$
$X_2 < S_T \leq X_3$	$S_T - X_1$	0	$-2(S_T - X_2)$	$X_3 - S_T$
$X_3 < S_T$	$S_T - X_1$	$S_T - X_3$	$-2(S_T - X_2)$	0

* Il valore finale complessivo è stato calcolato utilizzando la relazione $X_2 = 0{,}5\ (X_1 + X_3)$.

Spreads a Farfalla

Gli «*spreads* a farfalla» (*butterfly spreads*) si ottengono assumendo posizioni su opzioni con tre diversi prezzi d'esercizio. Si possono costruire comprando una *call* con prezzo d'esercizio basso, X_1, comprando una *call* con prezzo d'esercizio alto, X_3, e vendendo due *calls* con prezzo d'esercizio intermedio, X_2. In genere, X_2 è vicino al prezzo corrente dell'azione. La Figura 8.6 mostra il profilo dei profitti (e delle perdite). Gli *spreads* a farfalla consentono profitti se il prezzo dell'azione resta vicino a X_2 ma generano una perdita nel caso di un rialzo o di un ribasso significativo. Sono quindi appropriati per gli operatori che ritengano improbabili variazioni estreme del prezzo dell'azione. Queste strategie richiedono un piccolo investimento iniziale. La Tavola 8.3 mostra il valore finale di un *butterfly spread* mediante *calls*.

Esempio 8.3

Si supponga che un'azione valga attualmente \$61 e si consideri un operatore che ritenga improbabile che nei prossimi 6 mesi vi sia una significativa variazione di prezzo. Si supponga che i prezzi di mercato delle *calls* a 6 mesi siano i seguenti:

Prezzo dell'azione (\$)	*Prezzo della call (\$)*
55	10
60	7
65	5

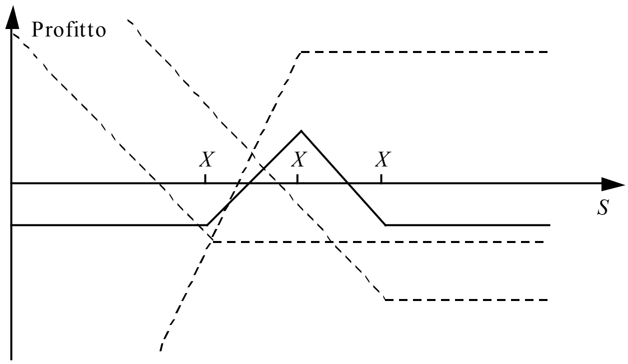


Figura 8.7 *Spread* a farfalla mediante *puts*.

L'operatore potrebbe creare uno *spread* a farfalla comprando una *call* con prezzo d'esercizio di \$55, comprando una *call* con prezzo d'esercizio di \$65 e vendendo due *calls* con prezzo d'esercizio di \$60. Il costo dello *spread* è pari a \$1 (= \$10 + \$5 – 2 × \$7). Se dopo 6 mesi il prezzo dell'azione è minore di \$55 o maggiore di \$65 il valore finale dello *spread* è nullo e l'operatore subisce una perdita netta di \$1. Se il prezzo dell'azione è compreso tra \$56 e \$64, l'operatore consegue un profitto. Il profitto massimo, pari a \$5, si ha quando il prezzo dell'azione è di \$60.

Gli *spreads* a farfalla possono anche essere costruiti utilizzando le *puts* piuttosto che le *calls*. L'operatore compra una *put* con prezzo d'esercizio basso, compra una *put* con prezzo d'esercizio alto e vende due *puts* con prezzo d'esercizio intermedio. Questo *spread* a farfalla è mostrato nella Figura 8.7. Lo *spread* a farfalla dell'Esempio 8.3 poteva essere creato comprando una *put* con prezzo d'esercizio di \$55, comprando una *put* con prezzo d'esercizio di \$65 e vendendo due *puts* con prezzo d'esercizio di \$60. Se tutte le opzioni sono europee, l'utilizzo delle *puts* genera esattamente lo stesso *spread* che si sarebbe ottenuto con le *calls*. Si può usare la *put-call parity* per vedere che l'investimento iniziale è lo stesso in entrambi i casi.

Lo *spread* a farfalla può essere venduto seguendo la strategia inversa a quella vista prima. Si vendono le opzioni con prezzi d'esercizio X_1 e X_3 e si comprano due opzioni con prezzo d'esercizio intermedio X_2. Questa strategia genera un modesto profitto nel caso in cui si verifichino variazioni estreme del prezzo dell'azione.

Spreads di Calendario

Finora abbiamo assunto che le opzioni utilizzate per costruire gli *spreads* scadano tutte alla stessa data. Vedremo ora gli «*spreads* di calendario» (*calendar spreads*) in cui le opzioni hanno lo stesso prezzo d'esercizio ma diverse scadenze.

Gli *spreads* di calendario possono essere costruiti vendendo una *call* con un certo prezzo d'esercizio e comprando una *call* con uguale prezzo d'esercizio ma durata più lunga. In genere, più la scadenza dell'opzione è lontana, più l'opzione è cara. Pertanto, gli *spreads* di calendario richiedono un investimento iniziale. Il profilo dei profitti (e delle perdite) di uno *spread* di calendario è mostrato nella Figura 8.8, dove si assume che l'opzione più lunga venga venduta quando scade l'opzione più breve. Il profilo è simile a quello generato dallo *spread* a farfalla della Figura 8.6.

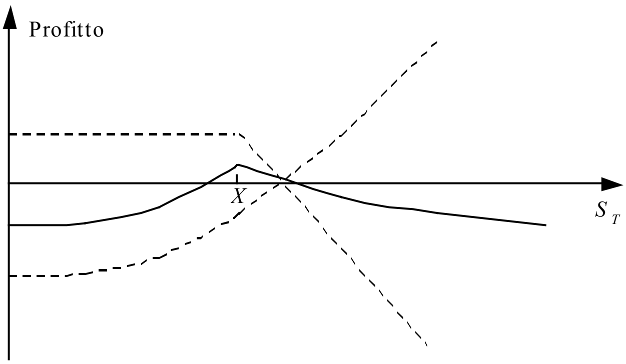


Figura 8.8 *Spread* di calendario mediante *calls*.

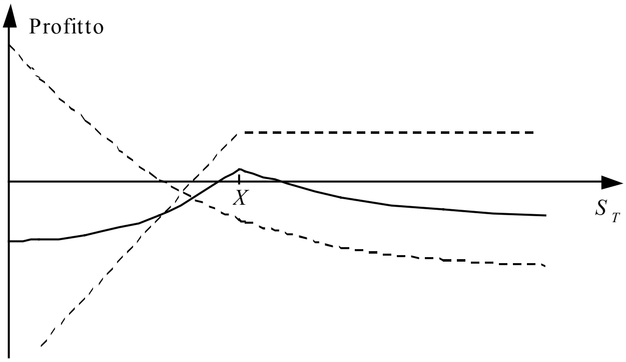


Figura 8.9 *Spread* di calendario mediante *puts*.

L'operatore consegue un profitto se, alla scadenza dell'opzione più breve, il prezzo dell'azione è prossimo al prezzo d'esercizio, ma subisce una perdita se il prezzo dell'azione è significativamente maggiore o minore del prezzo d'esercizio.

Per capire il profilo dei profitti di uno *spread* di calendario, si consideri innanzitutto cosa succede se, alla scadenza dell'opzione più breve, il prezzo dell'azione è molto basso. L'opzione in scadenza non ha valore ed il valore dell'opzione più lunga è prossimo a zero. Pertanto, l'operatore subisce una perdita che è di poco inferiore al costo iniziale dello *spread*. Si consideri ora cosa succede se il prezzo dell'azione, S_T, è molto alto quando scade l'opzione più breve. L'esercizio dell'opzione in scadenza costa all'investitore un importo pari a $S_T - X$ mentre l'opzione più lunga vale poco più di $S_T - X$, dove X è il prezzo d'esercizio di entrambe le opzioni. Anche in questo caso l'investitore subisce una perdita che è di poco inferiore al costo iniziale dello *spread*. Se S_T è prossimo a X, l'opzione in scadenza costa all'investitore poco o nulla. Però, l'opzione più lunga ha ancora un valore non trascurabile. In questo caso si consegue un profitto netto significativo.

Negli «*spreads* di calendario neutrali» si sceglie un prezzo d'esercizio prossimo al prezzo corrente dell'azione. Negli «*spreads* di calendario al rialzo» si sceglie invece un prezzo d'esercizio più alto e negli «*spreads* di calendario al ribasso» un prezzo d'esercizio più basso.

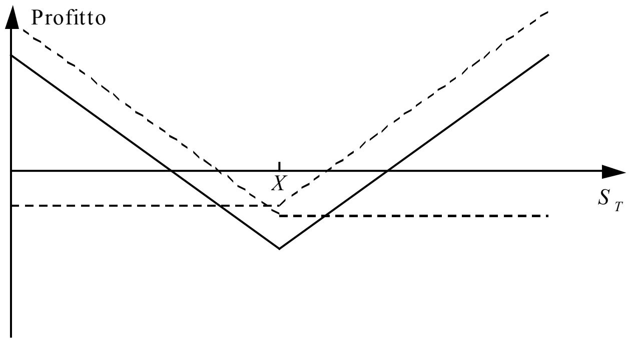


Figura 8.10 Uno *straddle*.

Gli *spreads* di calendario si ottengono anche con le *puts*. L'investitore compra una *put* lunga e vende una *put* breve. Come si vede nella Figura 8.9, il profilo dei profitti (e delle perdite) è simile a quello che si ottiene utilizzando le *calls*.

Gli «*spreads* inversi di calendario» sono l'opposto di quelli della Figura 8.8 o della Figura 8.9. L'operatore compra un'opzione breve e vende un'opzione lunga. Lo *spread* genera un profitto se il prezzo dell'azione, alla scadenza dell'opzione breve, è ben al di sopra o al di sotto del prezzo d'esercizio delle opzioni, ma comporta una perdita significativa se il prezzo dell'azione è vicino al prezzo d'esercizio.

Spreads Diagonali

Gli *spreads* al rialzo, gli *spreads* al ribasso e gli *spreads* di calendario possono essere costruiti assumendo una posizione lunga su una *call* (*put*) ed una corta su un'altra *call* (*put*). Nel caso degli *spreads* al rialzo e degli *spreads* al ribasso, le *calls* (*puts*) hanno prezzi d'esercizio diversi ma uguale scadenza. Nel caso degli *spreads* di calendario, le *calls* (*puts*) hanno gli stessi prezzi d'esercizio ma scadenze diverse. Gli «*spreads* diagonali» (*diagonal spreads*) sono *spreads* in cui le due *calls* (*puts*) hanno prezzi d'esercizio e scadenze diversi. Esistono vari tipi di *spreads* diagonali. Il profilo dei profitti (e delle perdite) di questi *spreads* è in genere una variazione del profilo proprio di uno *spread* al rialzo o di uno *spread* al ribasso.

8.3 COMBINAZIONI

Le combinazioni (*combinations*) sono strategie operative mediante opzioni che utilizzano *calls* e *puts* scritte sullo stesso titolo. Vedremo ora le combinazioni note col nome di *straddles*, *strips*, *straps* e *strangles*.

Straddles

Una combinazione piuttosto diffusa è lo «*straddle*». Si tratta di comprare una *call* ed una *put* con prezzo d'esercizio e scadenza uguali. Il profilo dei profitti dello *straddle* è mostrato nella Figura 8.10. Il prezzo d'esercizio è indicato con *X*. Se, alla scadenza

TAVOLA 8.4 Valore finale di uno *straddle*.

Prezzo dell'azione	*Valore finale di una call*	*Valore finale di una put*	*Valore finale complessivo*
$S_T \leq X$	0	$X - S_T$	$X - S_T$
$X < S_T$	$S_T - X$	0	$S_T - X$

delle opzioni, il prezzo dell'azione è prossimo al prezzo d'esercizio, lo *straddle* comporta una perdita. Se invece il prezzo dell'azione varia in modo significativo in una delle due direzioni, lo *straddle* comporta un profitto significativo. Il valore finale di uno *straddle* è mostrato nella Tavola 8.4.

Gli *straddles* sono appropriati quando l'operatore si aspetta una forte variazione del prezzo dell'azione ma non sa in quale direzione. Si consideri un operatore che ritiene che il prezzo di una certa azione, valutata dal mercato a \$69, si muoverà in misura significativa nei prossimi 3 mesi. L'operatore potrebbe costruire uno *straddle* comprando una *put* ed una *call* con prezzo d'esercizio di \$70 e scadenza tra 3 mesi. Si supponga che la *call* costi \$4 e che la *put* costi \$3. Se il prezzo dell'azione rimane a \$69, è facile vedere che la strategia comporta per l'operatore una perdita di \$6 (il costo iniziale è di \$7, il valore finale della *call* è nullo e quello della *put* è di \$1). Se il prezzo dell'azione sale a \$70, l'operatore subisce una perdita di \$7 (si tratta del peggior risultato possibile). Però, l'operatore realizza un profitto di \$13 se il prezzo dell'azione sale a \$90 e un profitto di \$8 se il prezzo dell'azione scende a \$55.

Lo *straddle* sembra essere una strategia naturale quando ci si aspetta una forte discontinuità (*jump*) del prezzo di un'azione – come nel caso in cui le azioni di una società siano oggetto di un'offerta pubblica di acquisto (*takeover bid*) o quando ci aspetta che venga presto annunciato l'esito di una causa importante. Ma non è sempre così. Se il mercato si aspetta che ci sarà una forte discontinuità nel prezzo del titolo, quest'aspettativa sarà riflessa dai prezzi delle opzioni. Quando l'operatore cercherà di comprare le opzioni, le troverà significativamente più care di quelle scritte sui titoli per i quali non vi sono aspettative di discontinuità. Affinché lo *straddle* sia efficace, le aspettative dell'operatore devono essere diverse da quelle della maggior parte degli altri partecipanti al mercato.

Lo *straddle* della Figura 8.10 viene anche chiamato «*straddle* inferiore» (*bottom straddle*) o «*straddle* in acquisto» (*straddle purchase*). La strategia inversa è detta «*straddle* superiore» (*top straddle*) o «*straddle* in vendita» (*straddle write*). Quest'ultima si ottiene vendendo una *call* ed una *put* con lo stesso prezzo d'esercizio e la stessa scadenza. Si tratta di una strategia molto rischiosa. Se il prezzo dell'azione, alla scadenza delle opzioni, è prossimo al prezzo d'esercizio, lo *straddle* comporta un profitto significativo. Però, la perdita che lo *straddle* comporta nel caso di un'ampia variazione del prezzo dell'azione, in un senso o nell'altro, è illimitata.

Strips e Straps

Gli «*strips*» vengono costruiti comprando una *call* e due *puts* con lo stesso prezzo d'esercizio e la stessa scadenza. Gli «*straps*» si ottengono comprando due *calls* ed

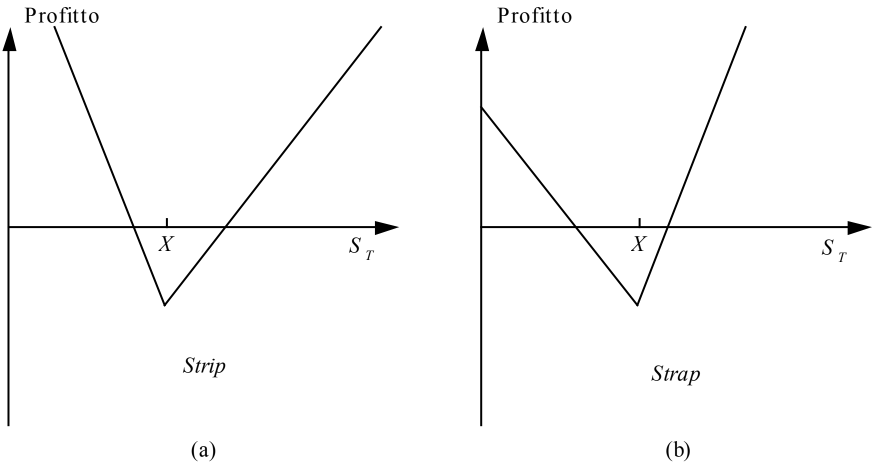


Figura 8.11 (a) Uno *strip* e (b) uno *strap*.

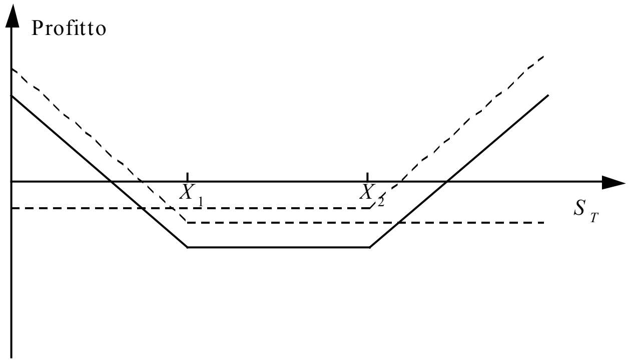


Figura 8.12 Uno *strangle*.

una *put* con lo stesso prezzo d'esercizio e la stessa scadenza. I profili dei profitti (e delle perdite) degli *strips* e degli *straps* sono mostrati nella Figura 8.11. Nel caso degli *strips*, l'operatore scommette sul fatto che si verificherà una forte variazione del prezzo dell'azione, ma ritiene che i ribassi siano più probabili dei rialzi. Anche nel caso degli *straps* l'operatore scommette sul fatto che si verificherà una forte variazione del prezzo dell'azione, ma ritiene che i rialzi siano più probabili dei ribassi.

Strangles

Gli «*strangles*», chiamati anche «combinazioni verticali inferiori» (*bottom vertical combinations*), si ottengono comprando una *put* ed una *call* con la stessa scadenza ma con prezzi d'esercizio diversi. Il profilo dei profitti (e delle perdite) di uno *strangle* è mostrato nella Figura 8.12. Il prezzo d'esercizio della *call*, X_2, è più alto del prezzo d'esercizio della *put*, X_1. Il valore finale di uno *strangle* è riportato nella Tavola 8.5.

TAVOLA 8.5 Valore finale di uno *strangle*.

Prezzo dell'azione	*Valore finale di una call*	*Valore finale di una put*	*Valore finale complessivo*
$S_T \leq X_1$	0	$X_1 - S_T$	$X_1 - S_T$
$X_1 < S_T \leq X_2$	0	0	0
$X_2 < S_T$	$S_T - X_2$	0	$S_T - X_2$

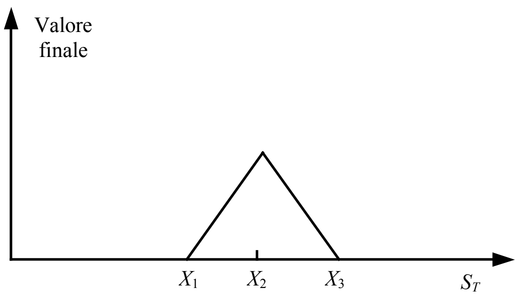


Figura 8.13 Valore finale di uno *spread* a farfalla.

Lo *strangle* è simile allo *straddle*. L'operatore scommette sul fatto che si verifichi una forte variazione del prezzo dell'azione, ma non è certo se si tratterà di un rialzo o di un ribasso. Confrontando la Figura 8.12 con la Figura 8.10 si vede che in uno *strangle* il prezzo dell'azione deve muoversi più che in uno *straddle* per consentire all'operatore di realizzare un profitto. Però, se il prezzo dell'azione finisce con l'assumere un valore centrale rispetto ai due prezzi d'esercizio, la perdita subita in uno *strangle* è minore rispetto a quella di uno *straddle*.

Il profilo dei profitti (e delle perdite) di uno *strangle* dipende da quanto sono distanti tra loro i due prezzi d'esercizio. Più sono lontani, più piccolo è il *downside risk* e più ampia deve essere la variazione del prezzo dell'azione per consentire un profitto.

La vendita di uno *strangle* è anche detta «combinazione verticale superiore» (*top vertical combination*). Questa strategia può essere appropriata se l'operatore ritiene improbabile che si verifichino ampie variazioni del prezzo dell'azione. Però, al pari della vendita di uno *straddle*, si tratta di una strategia rischiosa, dato che le possibili perdite sono illimitate.

8.4 ALTRI SCHEMI

In questo capitolo sono stati illustrati solo alcuni dei modi in cui utilizzare le opzioni per ricavare interessanti relazioni tra profitti e prezzi delle azioni. Se fossero disponibili opzioni europee con scadenza al tempo T e con tutti i possibili prezzi d'esercizio, potremmo in teoria creare tutte le possibili funzioni di profitto al tempo T. Il modo più semplice per spiegare questo risultato è di considerare degli *spreads* a farfalla. Si ricorderà che uno *spread* a farfalla viene creato comprando opzioni con prezzi d'esercizio estremi, X_1 e X_3, e vendendo due opzioni con prezzo d'esercizio intermedio, X_2, dove $X_1 < X_2 < X_3$ e $X_3 - X_2 = X_2 - X_1$. La Figura 8.13 mostra il valore finale di uno *spread* a farfalla. Questa figura si potrebbe definire uno "spicchio" (*spike*). Via via che X_1 e X_3 diventano più vicini tra loro, lo spicchio diventa sempre più piccolo. Combinando insieme tra loro un gran numero di spicchi molto piccoli, si può approssimare qualsiasi funzione di profitto.

SOMMARIO

Alcune tra le più comuni strategie operative comportano l'utilizzo di un'opzione e dell'azione sottostante. Ad esempio, scrivere una *call* coperta significa comprare un'azione e vendere una *call* scritta sulla stessa azione; acquistare una *put* difensiva significa comprare un'azione ed una *put* scritta sull'azione. La prima delle due strategie è simile alla vendita di una *put*; la seconda è simile all'acquisto di una *call*.

Gli *spreads* si ottengono assumendo una posizione su due o più *calls* o su due o più *puts*. Gli *spreads* al rialzo si ottengono comprando una *call* (*put*) con prezzo d'esercizio basso e vendendo una *call* (*put*) con prezzo d'esercizio alto. Gli *spreads* al ribasso si ottengono comprando una *call* (*put*) con prezzo d'esercizio alto e vendendo una *call* (*put*) con prezzo d'esercizio basso. Gli *spreads* a farfalla si ottengono comprando una *call* (*put*) con prezzo d'esercizio basso, una *call* (*put*) con prezzo d'esercizio alto e vendendo due *calls* (*puts*) con prezzo d'esercizio intermedio. Gli *spreads* di calendario si ottengono vendendo una *call* (*put*) a breve scadenza e comprando una *call* (*put*) a lunga scadenza. Gli *spreads* diagonali si ottengono comprando un'opzione e vendendone un'altra con prezzo d'esercizio e scadenza diversi.

Le combinazioni si ottengono assumendo posizioni sia su *calls* che su *puts* scritte sulla stessa azione. Gli *straddles* si ottengono comprando una *call* ed una *put* con lo stesso prezzo d'esercizio e la stessa scadenza. Gli *strip* si ottengono comprando una *call* e due *puts* con lo stesso prezzo d'esercizio e la stessa scadenza. Gli *straps* si ottengono comprando due *calls* ed una *put* con lo stesso prezzo d'esercizio e la stessa scadenza. Gli *strangles* si ottengono comprando una *call* ed una *put* con la stessa scadenza ma diversi prezzi d'esercizio. Esistono molti altri modi in cui si possono utilizzare le opzioni per ottenere profili di profitto interessanti. Non sorprende quindi che la popolarità delle strategie operative mediante opzioni stia continuamente crescendo e continui ad affascinare gli investitori.

SUGGERIMENTI PER ULTERIORI LETTURE

BOOKSTABER, R. M., *Option Pricing and Strategies in Investing*. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1981.

CHANCE, D. M., *An Introduction to Options and Futures.* Orlando, Fla.: Dryden Press, 1989.

DEGLER, W. H. e BECKER, H. P., "Nineteen Option Strategies and When to Use Them.", *Futures*, June 1984.

MCMILLAN, L. G., *Options as a Strategic Investment*, 3rd ed. New York: New York Institute of Finance, 1992.

SLIVKA, R., "Call Option Spreading", *Journal of Portfolio Management*, 7 (Spring 1981), 71-6.

WELCH, W. W., *Strategies for Put and Call Option Trading*. Cambridge, Mass.: Winthrop, 1982.

YATES, J. W. e KOPPRASCH, R. W., “Writing Covered Call Options: Profits and Risks”, *Journal of Portfolio Management*, 6 (Fall 1980), 74-80.

DOMANDE E PROBLEMI

(le risposte si trovano nel *Manuale delle Soluzioni*)

8.1. Cosa s’intende per *put* difensiva? Qual è la posizione su *calls* che equivale ad una *put* difensiva?

8.2. Esponete due modi per creare degli *spreads* al ribasso.

8.3. Quand’è opportuno che l’investitore acquisti uno *spread* a farfalla?

8.4. Sono disponibili *calls*, con prezzi di esercizio di \$15, \$17½ e \$20 e con scadenza tra 3 mesi, scritte su un’azione. I loro prezzi sono pari a \$4, \$2 e \$½. Spiegate come si possono utilizzare queste opzioni per creare uno *spread* a farfalla. Costruite una tavola che mostri come varia il profitto dello *spread* a farfalla al variare del prezzo dell’azione.

8.5. Con quale strategia operativa si crea uno *spread* inverso di calendario?

8.6. Qual è la differenza tra uno *strangle* e uno *straddle*?

8.7. Una *call* con prezzo d’esercizio di \$50 costa \$2. Una *put* con prezzo d’esercizio di \$45 costa \$3. Spiegate come si può creare uno *strangle* in base a queste due opzioni. Qual è il profilo dei profitti dello *strangle*?

8.8. Utilizzate la *put-call parity* per spiegare la differenza tra uno *spread* al rialzo mediante *puts* ed uno *spread* al rialzo mediante *calls*.

8.9. Spiegate come si può creare uno *spread* al ribasso aggressivo mediante *puts*.

8.10. Supponete che due opzioni *put* su azioni, con prezzi d’esercizio di \$30 e \$35, costino \$4 e \$7, rispettivamente. Come si possono utilizzare queste opzioni per creare **(a)** uno *spread* al rialzo e **(b)** uno *spread* al ribasso? Costruite una tavola che mostri il profitto ed il valore finale di entrambi gli *spreads*.

8.11. Utilizzate la *put-call parity* per mostrare che il costo di uno *spread* a farfalla mediante *puts* europee è uguale al costo di uno *spread* a farfalla mediante *calls* europee.

8.12. Una *call* con prezzo d’esercizio di \$60 costa \$6. Una *put* con lo stesso prezzo d’esercizio e la stessa scadenza costa \$4. Costruite una tavola che mostri i profitti di uno *straddle*. Per quale intervallo di prezzi lo *straddle* porta ad una perdita?

8.13. Costruite una tavola che mostri il valore finale di uno *spread* al rialzo mediante *puts* con prezzi d’esercizio X_1 e X_2 ($X_2 > X_1$).

8.14. Un operatore ritiene che ci sarà una forte variazione del prezzo di un’azione ma è incerto sulla direzione. Identificate sei diverse strategie che l’operatore può seguire e spiegate le relative differenze.

8.15. Come si può creare, in base a delle opzioni, un contratto *forward* su azioni che abbia un certo prezzo di consegna e una certa data di consegna?

8.16. Il *box spread* è la combinazione di uno *spread* al rialzo mediante *calls*, con prezzi d’esercizio X_1 e X_2, e di uno *spread* al ribasso mediante *puts* con gli stessi prezzi d’esercizio. Le date di scadenza di tutte le opzioni sono le stesse. Quali sono le caratteristiche di un *box spread*?

8.17. Cosa succede in uno *strangle* se il prezzo d’esercizio della *put* è più alto del prezzo d’esercizio della *call*?

8.18. Il tasso di cambio *spot* dollaro australiano / dollaro statunitense è di \$0,64 / Aus \$1. Viene costruito uno *spread* a farfalla mediante *calls* con prezzi d'esercizio di \$0,60, \$0,65 e \$0,70. I tassi d'interessi privi di rischio negli Stati Uniti e in Australia sono pari, rispettivamente, al 5 e al 4 per cento. La volatilità del tasso di cambio è del 15 per cento. Utilizzate il *software* DerivaGem per calcolare il costo iniziale dello *spread* a farfalla. Dimostrate che il costo è uguale a quello di uno *spread* a farfalla mediante *puts*.

ESERCIZI

8.19. Tracciate una figura che mostri come variano, in funzione del prezzo finale dell'azione, i profitti (e le perdite) di un investitore che ha un portafoglio così composto:
(a) un'azione lunga e una *call* corta;
(b) due azioni lunghe e una *call* corta;
(c) un'azione lunga e due *calls* corte;
(d) un'azione lunga e quattro *calls* corte.
In ogni caso, assumete che la *call* abbia un prezzo d'esercizio uguale al prezzo corrente dell'azione

8.20. Tre opzioni *put* su azioni con la stessa data di scadenza hanno prezzi d'esercizio di \$55, \$60 e \$65. I prezzi di mercato sono pari, rispettivamente, a \$3, \$5 e \$8. Spiegate come si può creare uno *spread* a farfalla. Costruite una tavola che mostri i profitti (e le perdite) di questa strategia. Per quale intervallo di prezzi lo *spread* a farfalla comporta una perdita?

8.21. Considerate uno *spread* diagonale ottenuto comprando una *call* con prezzo d'esercizio X_2 e data d'esercizio T_2 e vendendo una *call* con prezzo d'esercizio X_1 e data d'esercizio T_1 ($T_2 > T_1$). Tracciate due diagrammi che mostrino il profitto al tempo T_1 quando **(a)** $X_2 > X_1$ e **(b)** $X_2 < X_1$.

Capitolo 18

Opzioni Esotiche

I derivati che hanno *payoffs* più complessi di quelli delle *calls* e delle *puts*, europee o americane, sono chiamati «opzioni esotiche» (*exotic options*). Le opzioni esotiche sono in genere trattate *over the counter* e vengono create dalle istituzioni finanziarie per soddisfare le richieste della clientela.

In questo capitolo descriveremo diversi tipi di opzioni esotiche e vedremo come si valutano. Considereremo opzioni scritte su azioni che offrono un *dividend yield* q. Come si è visto nel Capitolo 12, se le opzioni sono scritte su indici azionari si eguaglia q al *dividend yield* dell'indice; se sono scritte su valute si eguaglia q al tasso d'interesse estero privo di rischio; se sono scritte su *futures* si eguaglia q al tasso d'interesse interno privo di rischio. Molte delle opzioni che verranno presentate in questo capitolo possono essere valutate con il *software* DerivaGem.

18.1 TIPI DI OPZIONI ESOTICHE

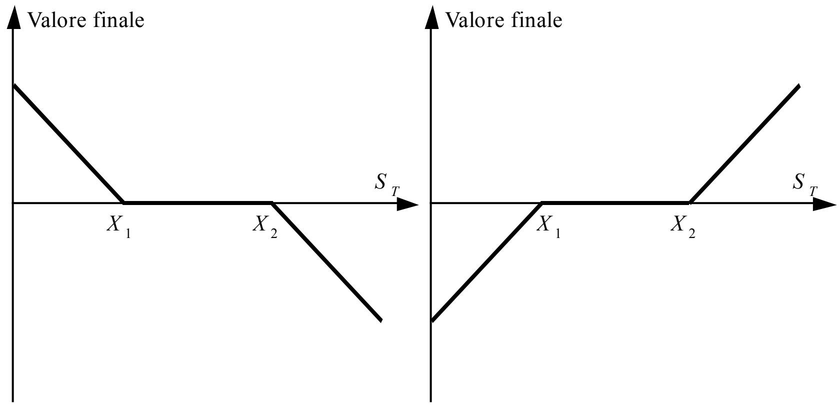
In questo paragrafo descriveremo alcune tipi di opzioni esotiche e presenteremo dei risultati analitici, nei casi in cui sono disponibili. La classificazione usata è simile a quella adottata da Eric Reiner e Mark Rubinstein in un'eccellente serie di articoli scritti per la rivista *Risk* tra il 1991 e il 1992.

Packages

I pacchetti (*packages*) sono portafogli formati da *calls* europee ordinarie, *puts* europee ordinarie, contratti *forward*, denaro contante e la stessa attività sottostante. Nel Capitolo 8 sono stati presentati diversi tipi di *packages*: *spreads* al rialzo, *spreads* al ribasso, *spreads* a farfalla, *straddles*, *strangles* e così via.

Spesso i *packages* sono strutturati in modo da avere un costo iniziale nullo. Un esempio di *package* con costo nullo è dato dal *range forward*.[1] Il *range forward* cor-

[1] Altri nomi usati per il *range forward* sono *collar* a costo zero (*zero-cost collar*), *forward* flessibile (*flexible forward*), opzione cilindrica (*cylinder option*), recinto opzionale (*option fence*), *min-max* e banda *forward* (*forward band*).



Posizione lunga su una *put* e corta su una *call*

(a)

Posizione corta su una *put* e lunga su una *call*

(b)

Figura 18.1 Valore finale di un *range forward.*

to è formato da una posizione lunga su una *put*, con prezzo d'esercizio basso, X_1, e da una posizione corta su una *call*, con prezzo d'esercizio alto, X_2. Questo *package* garantisce che l'attività sottostante possa essere venduta ad un prezzo compreso tra X_1 e X_2, alla scadenza delle opzioni. Il *range forward* lungo è formato da una posizione corta su una *put*, con prezzo d'esercizio basso, X_1, e da una posizione lunga su una *call*, con prezzo d'esercizio alto, X_2. Questo *package* garantisce che l'attività sottostante possa essere acquistata ad un prezzo compreso tra X_1 e X_2, alla scadenza delle opzioni. I prezzi d'esercizio sono scelti in modo che il valore della *call* sia uguale a quello della *put*. La Figura 18.1 mostra il valore finale di due *range forwards*, uno corto e l'altro lungo. Quanto più sono vicini tra loro i prezzi d'esercizio, X_1 e X_2, tanto più certo è il prezzo che verrà incassato o pagato per l'attività sottostante alla scadenza. Al limite, quando $X_1 = X_2$, il *range forward* diventa uguale ad un contratto *forward* ordinario.

Le opzioni ordinarie possono essere convertite in prodotti a costo nullo se il pagamento del premio viene rinviato alla scadenza. Se c è il costo dell'opzione quando il pagamento viene fatto contestualmente alla stipula, allora $A = ce^{rT}$ è il costo quando il pagamento viene dilazionato fino alla scadenza dell'opzione. Pertanto il valore finale è $\max(S - X, 0) - A$ ossia $\max(S - X - A, -A)$. Quando il prezzo d'esercizio, X, è pari al prezzo *forward*, altri nomi per un'opzione a premio differito sono: *break forward*, *Boston option*, *forward* con uscita opzionale e *forward* cancellabile.

Opzioni Americane Fuori Standard

In un'opzione americana ordinaria, l'esercizio può aver luogo in ogni momento della vita dell'opzione ed il prezzo d'esercizio è sempre lo stesso. In pratica, le opzioni americane che vengono negoziate non sempre hanno queste caratteristiche standard.

Un tipo di opzione americana fuori standard è noto come opzione Bermuda (*Bermudan option*). In quest'opzione l'esercizio anticipato è limitato ad alcune date durante la vita dell'opzione. Un esempio di opzione Bermuda è rappresentato dalle opzioni su obbligazioni, esercitabili solo nelle date di pagamento delle cedole.

Altri esempi di opzioni americane fuori standard si hanno a volte con i *warrants* scritti dalle società sulle proprie azioni. Spesso è previsto che il *warrant* possa essere esercitato anticipatamente solo in parte della sua vita e a volte il prezzo d'esercizio aumenta col passare del tempo. Ad esempio, in un *warrant* a 7 anni, l'esercizio potrebbe essere possibile solo negli anni dal terzo al settimo e il prezzo d'esercizio potrebbe essere di \$30 nel terzo e nel quarto anno, di \$32 nei due anni successivi e di \$33 nell'ultimo anno.

Le opzioni americane fuori standard possono essere valutate con gli alberi binomiali o trinomiali, verificando la convenienza della esercizio anticipato ad ognuno dei nodi in cui l'esercizio è consentito.

Opzioni con Decorrenza Posticipata

Le opzioni con decorrenza posticipata (*forward start options*) sono opzioni che vengono pagate ora ma decorrono da una certa data futura. Vengono usate talvolta negli schemi di incentivazione per i dipendenti. Di solito, le caratteristiche dell'opzione vengono fissate in modo che l'opzione sia *at the money* nel momento in cui inizia a decorrere.

Si consideri una *call forward start*, con decorrenza *at the money* al tempo T_1 e scadenza al tempo T_2. Si supponga che il prezzo corrente dell'azione sia S_0 e che il prezzo dell'azione al tempo T_1 sia S_1. Per valutare l'opzione, si noti che, nelle formule di valutazione delle opzioni europee presentate nel Capitolo 11 e nel Capitolo 12, il valore di una *call at the money* è proporzionale al prezzo dell'azione. Pertanto, il valore dell'opzione *forward start* al tempo T_1 è pari a cS_1/S_0 dove c è il valore corrente di un'opzione *at the money* con vita residua pari a $T_2 - T_1$. Utilizzando il principio della valutazione neutrale verso il rischio, il valore corrente dell'opzione *forward start* è

$$e^{-rt_1}\hat{E}\left(c\frac{S_1}{S_0}\right)$$

dove $\hat{E}$ indica l'aspettativa in un mondo neutrale verso il rischio. Dato che c e S_0 sono noti e $\hat{E}(S_1) = S_0e^{(r-q)T_1}$, ne segue che il valore dell'opzione *forward start* è ce^{-qT_1}. Nel caso in cui l'opzione sia scritta su un titolo che non paga dividendi si ha $q = 0$ e il valore dell'opzione *forward start* risulta esattamente uguale a quello di una *call* ordinaria *at the money* con la stessa vita dell'opzione *forward start*.

Opzioni Composte

Le opzioni composte (*compound options*) sono opzioni su opzioni. Esistono quattro tipi di opzioni composte: una *call* su *call*, una *put* su *call*, una *call* su *put* e una *put* su *put*. Le opzioni composte hanno due prezzi d'esercizio e due date d'esercizio. Si consideri, ad esempio, una *call* su *call*. Nella prima data d'esercizio, T_1, il possessore dell'opzione composta ha la facoltà di pagare il primo prezzo d'esercizio, X_1, e ricevere una *call*. La *call* dà al possessore il diritto di comprare l'attività sottostante dietro versamento del secondo prezzo d'esercizio, X_2, nella seconda data d'esercizio, T_2. L'opzione composta verrà esercitata nella prima data d'esercizio solo se il valore dell'opzione in tale data è maggiore del primo prezzo d'esercizio.

Se si adotta la consueta assunzione del moto geometrico Browniano, le opzioni composte di tipo europeo possono essere valutate analiticamente in termini di integrali della distribuzione normale bivariata.[2] Con la solita simbologia, il valore corrente di una *call* europea scritta su una *call* europea è

$$cc = S_0 e^{-qT_2} M\left(a_1, b_1; \sqrt{T_1/T_2}\right) - X_2 e^{-rT_2} M\left(a_2, b_2; \sqrt{T_1/T_2}\right) - e^{-rT_1} X_1 N(a_2)$$

dove

$$a_1 = \frac{\ln\left(S_0/S^*\right) + \left(r - q + \sigma^2/2\right)T_1}{\sigma\sqrt{T_1}}; \quad a_2 = a_1 - \sigma\sqrt{T_1}$$

$$b_1 = \frac{\ln(S_0/X_2) + \left(r - q + \sigma^2/2\right)T_2}{\sigma\sqrt{T_2}}; \quad b_2 = b_1 - \sigma\sqrt{T_2}.$$

La funzione M è la funzione di distribuzione normale bivariata, definita nella Appendice 11C. S^* è il prezzo dell'azione al tempo T_1 per il quale il prezzo dell'opzione al tempo T_1 è uguale a X_1. Se al tempo T_1 il prezzo dell'azione è maggiore di S^*, la prima opzione viene esercitata, altrimenti scade priva di valore.

Con analoga simbologia, il valore di una *put* europea su una *call* europea è

$$pc = X_2 e^{-rT_2} M\left(-a_2, b_2; -\sqrt{T_1/T_2}\right) - S_0 e^{-qT_2} M\left(-a_1, b_1; -\sqrt{T_1/T_2}\right) + e^{-rT_1} X_1 N(-a_2).$$

Il valore di una *call* europea su una *put* europea è

$$cp = X_2 e^{-rT_2} M\left(-a_2, -b_2; \sqrt{T_1/T_2}\right) - S_0 e^{-qT_2} M\left(-a_1, -b_1; \sqrt{T_1/T_2}\right) - e^{-rT_1} X_1 N(-a_2).$$

Il valore di una *put* europea su una *put* europea è

$$pp = S_0 e^{-qT_2} M\left(a_1, -b_1; -\sqrt{T_1/T_2}\right) - X_2 e^{-rT_2} M\left(a_2, -b_2; -\sqrt{T_1/T_2}\right) + e^{-rT_1} X_1 N(a_2).$$

Una procedura per calcolare M si trova nell'Appendice 11C.

Opzioni a Scelta

Le opzioni "a scelta" («*chooser options*») o "come vi pare" («*as you like it*») hanno la caratteristica che, dopo un periodo di tempo prefissato, il possessore può scegliere se l'opzione è una *call* o una *put*. Supponete che il tempo in cui la scelta va fatta sia T_1. In tale data, il valore della *chooser* è

[2] Si veda Geske, R., "The Valuation of Compound Options", *Journal of Financial Economics*, 7 (1979), 63-81; Rubinstein, M., "Double Trouble", *Risk*, December 1991-January 1992, 53-6.

$$\max(c, p)$$

dove c è il valore della *call* sottostante e p è il valore della *put* sottostante.

Se le opzioni sottostanti la *chooser* sono entrambe europee ed hanno lo stesso prezzo d'esercizio, si può usare la *put-call parity* per ricavare una formula di valutazione. Si supponga che S_1 sia il prezzo dell'azione al tempo T_1, X sia il prezzo d'esercizio, T_2 sia la scadenza delle opzioni ed r sia il tasso d'interesse privo di rischio. La *put-call parity* implica che

$$\begin{aligned}\max(c, p) &= \max\left[c, c + Xe^{-r(T_2-T_1)} - S_1e^{-q(T_2-T_1)}\right] = \\ &= c + e^{-q(T_2-T_1)}\max\left[0, Xe^{-(r-q)(T_2-T_1)} - S_1\right].\end{aligned}$$

Si vede che la *chooser* è un *package* composto da:

1. una *call* con prezzo d'esercizio X e scadenza T_2;
2. $e^{-q(T_2-T_1)}$ *puts* con prezzo d'esercizio $Xe^{-(r-q)(T_2-T_1)}$ e scadenza T_1.

Pertanto, può essere facilmente valutata.

Si possono definire opzioni *chooser* più complesse, in cui la *call* e la *put* non hanno lo stesso prezzo d'esercizio o la stessa scadenza. In tal caso non sono più *packages* ma hanno caratteristiche simili a quelle delle opzioni composte.

Opzioni con Barriera

Le opzioni con barriera (*barrier options*) sono opzioni il cui valore finale dipende dal fatto che il prezzo dell'attività sottostante raggiunga o meno, in un certo periodo di tempo, un dato livello. Nel Capitolo 12 abbiamo visto un particolare tipo di opzioni con barriera: le CAPs che vengono trattate al CBOE. Si tratta di opzioni disegnate in modo che il loro valore finale non possa superare i \$30. Questo vuol dire che la *call* CAP viene automaticamente esercitata il giorno in cui l'indice raggiunge la barriera, che è uguale al prezzo d'esercizio più \$30; la *put* CAP viene automaticamente esercitata il giorno in cui l'indice raggiunge la barriera, che è uguale al prezzo d'esercizio meno \$30.

Diverse opzioni con barriera vengono regolarmente negoziate nel mercato *over the counter*. Piacciono ad alcuni operatori perché sono meno care rispetto alle corrispondenti opzioni ordinarie. Le opzioni con barriera possono essere distinte in opzioni "soggette a cancellazione" (*knock-out options*) e "in attesa di validazione" (*knock-in options*). Le opzioni *knock-out* cessano di esistere quando il prezzo dell'attività sottostante raggiunge una certa barriera. Le opzioni *knock-in* iniziano ad esistere solo quando il prezzo dell'attività sottostante raggiunge una certa barriera.

Le Equazioni (12.4) e (12.5) mostrano il valore corrente di una *call* e di una *put* ordinarie:

$$c = S_0e^{-qT}N(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$$

$$p = Xe^{-rT}N(-d_2) - S_0e^{-qT}N(-d_1)$$

dove

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / X) + (r - q + \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

e

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / X) + (r - q - \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

Le *calls* "giù e fuori" (*down-and-out calls*) sono opzioni *knock-out*. Si tratta di *calls* ordinarie che cessano di esistere quando il prezzo dell'attività sottostante scende fino a raggiungere una certa barriera, H ($H < S_0$). Le corrispondenti opzioni *knock-in* sono rappresentate dalle *calls* "giù e dentro" (*down-and-in calls*). Si tratta di *calls* ordinarie che iniziano ad esistere solo quando il prezzo dell'attività sottostante scende fino ad H ($H < S_0$).

Se H è minore o uguale a X, il valore corrente, c_{di}, di una *down-and-in call* è

$$c_{di} = S_0 e^{-qT} (H / S_0)^{2\lambda} N(y) - X e^{-rT} (H / S_0)^{2\lambda - 2} N(y - \sigma\sqrt{T})$$

dove

$$\lambda = \frac{r - q + \sigma^2 / 2}{\sigma^2}$$

$$y = \frac{\ln[H^2 / (S_0 X)]}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T}.$$

Dato che una *call* ordinaria equivale alla somma delle corrispondenti *down-and-in* e *down-and-out calls*, il valore corrente, c_{do}, di una *down-and-out call* è

$$c_{do} = c - c_{di}.$$

Se H è maggiore o uguale a X, il valore corrente di una *down-and-out call* è

$$\begin{aligned} c_{do} = {} & S_0 e^{-qT} N(x_1) - X e^{-rT} N(x_1 - \sigma\sqrt{T}) + \\ & - S_0 e^{-qT} (H / S_0)^{2\lambda} N(y_1) + X e^{-rT} (H / S_0)^{2\lambda - 2} N(y_1 - \sigma\sqrt{T}) \end{aligned}$$

mentre il valore corrente di una *down-and-in call* è

$$c_{di} = c - c_{do}$$

dove

$$x_1 = \frac{\ln(S_0 / H)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T}$$

$$y_1 = \frac{\ln(H / S_0)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T}.$$

Le *calls* "su e fuori" (*up-and-out calls*) sono anch'esse opzioni *knock-out*. Si tratta di *calls* ordinarie che cessano di esistere quando il prezzo dell'attività sottostante sale fino ad H ($H > S_0$). Le corrispondenti opzioni *knock-in* sono le *calls* "su e dentro" (*up-and-in calls*). Si tratta di *calls* ordinarie che iniziano ad esistere solo quando il prezzo dell'attività sottostante sale fino ad H ($H > S_0$).

Se H è minore o uguale a X, il valore corrente, c_{uo}, di una *up-and-out call* è nullo e il valore corrente, c_{ui}, di una *up-and-in call* è pari a c.

Se H è maggiore di X, il valore corrente di una *up-and-in call* è

$$c_{ui} = S_0 e^{-qT} N(x_1) - Xe^{-rT} N\left(x_1 - \sigma\sqrt{T}\right) - S_0 e^{-qT} (H / S_0)^{2\lambda} [N(-y) - N(-y_1)] + \\ + Xe^{-rT} (H / S_0)^{2\lambda-2} \left[N\left(-y + \sigma\sqrt{T}\right) - N\left(-y_1 + \sigma\sqrt{T}\right)\right]$$

mentre il valore corrente di una *up-and-out call* è

$$c_{uo} = c - c_{ui}.$$

Le *puts* con barriera sono definite in modo analogo alle corrispondenti *calls*. Le *puts* "su e fuori" (*up-and-out puts*) sono *puts* ordinarie che cessano di esistere quando il prezzo dell'attività sottostante sale fino ad H ($H > S_0$). Le *puts* "su e dentro" (*up-and-in puts*) sono *puts* ordinarie che iniziano ad esistere solo quando il prezzo dell'attività sottostante sale fino ad H ($H > S_0$).

Se H è maggiore o uguale a X, il valore corrente, p_{ui}, di una *up-and-in put* è

$$p_{ui} = -S_0 e^{-qT} (H / S_0)^{2\lambda} N(-y) + Xe^{-rT} (H / S_0)^{2\lambda-2} N\left(-y + \sigma\sqrt{T}\right)$$

mentre il valore corrente, p_{uo}, di una *up-and-out put* è

$$p_{uo} = p - p_{ui}.$$

Se H è minore o uguale a X, il valore corrente di una *up-and-out put* è

$$p_{uo} = -S_0 e^{-qT} N(-x_1) + Xe^{-rT} N\left(-x_1 + \sigma\sqrt{T}\right) + \\ + S_0 e^{-qT} (H / S_0)^{2\lambda} N(-y_1) - Xe^{-rT} (H / S_0)^{2\lambda-2} N\left(-y_1 + \sigma\sqrt{T}\right)$$

mentre il valore corrente di una *up-and-in put* è

$$p_{ui} = p - p_{uo}.$$

Le *puts* "giù e fuori" (*down-and-out puts*) sono *puts* ordinarie che cessano di esistere quando il prezzo dell'attività sottostante scende fino ad H ($H < S_0$). Le *puts* "giù e dentro" (*down-and-in puts*) sono *puts* ordinarie che iniziano ad esistere solo quando il prezzo dell'attività sottostante scende fino ad H ($H < S_0$).

Se H è maggiore o uguale a X, il valore corrente, p_{do}, di una *down-and-out put* è nullo e il valore corrente, p_{di}, di una *down-and-in put* è pari a p.

Se H è minore di X, il valore corrente di una *down-and-in put* è

$$p_{di} = -S_0 e^{-qT} N(-x_1) + Xe^{-rT} N\left(-x_1 + \sigma\sqrt{T}\right) + S_0 e^{-qT} (H / S_0)^{2\lambda} [N(y) - N(y_1)] - \\ - Xe^{-rT} (H / S_0)^{2\lambda-2} \left[N\left(y - \sigma\sqrt{T}\right) - N\left(y_1 - \sigma\sqrt{T}\right)\right]$$

e il valore corrente di una *down-and-out put* è

$$p_{do} = p - p_{di}.$$

Tutte queste formule si basano sull'assunzione che la distribuzione probabilistica del prezzo dell'azione in un futuro istante di tempo sia log-normale. Un aspetto importante delle opzioni con barriera è la frequenza con cui si osserva il prezzo dell'attività sottostante, S, per verificare se la barriera viene raggiunta. Le formule appena viste si basano sull'assunzione che S venga osservato continuamente. Spesso le condizioni contrattuali prevedono che S venga osservato una volta al giorno. Ad esempio, nelle CAPs sullo Standard & Poor's, S viene osservato alla chiusura di ogni giornata lavorativa. Broadie, Glasserman e Kou. hanno indicato come aggiustare le formule nel caso in cui il prezzo del sottostante venga osservato ad intervalli di tempo finiti.[3] Il livello della barriera, H, va sostituito con $He^{0,5826\sigma T/m}$ nel caso delle opzioni *up-and-in* o *up-and-out* e da $He^{-0,5826\sigma T/m}$ nel caso delle opzioni *down-and-in* o *down-and-out*, dove m è il numero di volte in cui il prezzo del sottostante viene osservato durante la vita dell'opzione (cosicché T/m è l'intervallo di tempo tra le osservazioni).

Opzioni Binarie

Le opzioni binarie (*binary options*) hanno valori finali discontinui. Un semplice esempio è dato dalla *call* «contanti o niente» (*cash-or-nothing call*). Quest'opzione paga zero se il prezzo dell'azione termina al di sotto di X e un importo prefissato, Q, altrimenti. In un mondo neutrale verso il rischio, la probabilità che il prezzo finale dell'azione sia maggiore di X è $N(d_2)$, in base alla nostra consueta simbologia. Pertanto, il valore di una *cash-or-nothing call* è $Qe^{-rT}N(d_2)$. Una *put* «contanti o niente» (*cash-or-nothing put*) è definita in modo analogo alla *cash-or-nothing call*. Questa opzione paga zero se il prezzo dell'azione termina al di sopra di X e un importo prefissato, Q, altrimenti. Il valore di una *cash-or-nothing put* è $Qe^{-rT}N(-d_2)$.

Un'altra opzione binaria è la *call* «attività o niente» (*asset-or-nothing call*). Quest'opzione ha un valore nullo se il prezzo dell'azione termina al di sotto di X e un valore pari a quello dell'attività sottostante altrimenti. Il valore corrente di una *asset-or-nothing call* è pari a $S_0e^{-qT}N(d_1)$. Una *put* «attività o niente» (*asset-or-nothing put*) ha un valore nullo se il prezzo dell'azione termina al di sopra di X e un valore pari a quello dell'attività sottostante altrimenti. Il valore corrente di una *asset-or-nothing put* è pari a $S_0e^{-qT}N(-d_1)$.

Una *call* ordinaria equivale alla somma di una posizione lunga su una *asset-or-nothing call* e di una posizione corta su una *cash-or-nothing call* il cui importo in contanti è pari al suo prezzo d'esercizio. Analogamente, una *put* ordinaria equivale alla somma di una posizione corta su una *asset-or-nothing put* e di una posizione lunga su una *cash-or-nothing put* e il cui importo in contanti è pari al suo prezzo d'esercizio.

---

[3] Broadie, M., Glasserman, P. e Kou, S. G., "A Continuity Correction for Discrete Barrier Options", *Mathematical Finance*, 7, 4 (October 1997), 325-49.

Opzioni Retrospettive

Il valore finale delle opzioni retrospettive (*lookback options*) dipende dal prezzo minimo o massimo raggiunto dall'azione durante la vita dell'opzione. Il valore finale di una *lookback call* è pari alla differenza tra il prezzo finale dell'azione e il prezzo minimo raggiunto dall'azione durante la vita dell'opzione. Il valore finale di una *lookback put* è pari alla differenza tra il prezzo massimo raggiunto dall'azione durante la vita dell'opzione e il prezzo finale dell'azione.

Formule analitiche di valutazione sono disponibili anche per le *lookbacks* europee.[4] Il valore corrente di una *lookback call* europea è

$$S_0 e^{-qT} N(a_1) - S_0 e^{-qT} \frac{\sigma^2}{2(r-q)} N(-a_1) - S_{\min} e^{-rT} \left[N(a_2) - \frac{\sigma^2}{2(r-q)} e^{Y_1} N(-a_3) \right]$$

dove

$$a_1 = \frac{\ln(S_0 / S_{\min}) + (r - q + \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$a_2 = a_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$a_3 = \frac{\ln(S_0 / S_{\min}) + (-r + q + \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$Y_1 = -\frac{2(r - q - \sigma^2 / 2)\ln(S_0 / S_{\min})}{\sigma^2}$$

e S_{min} è il prezzo minimo raggiunto finora. (Se la *lookback call* è stata appena creata $S_{min} = S_0$).

Il valore corrente di una *lookback put* europea è

$$S_{\max} e^{-rT} \left[N(b_1) - \frac{\sigma^2}{2(r-q)} e^{Y_2} N(-b_3) \right] + S_0 e^{-qT} \frac{\sigma^2}{2(r-q)} N(-b_2) - S_0 e^{-qT} N(b_2)$$

dove

$$b_1 = \frac{\ln(S_{\max} / S_0) + (-r + q + \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$b_2 = b_1 - \sigma\sqrt{T}$$

---

[4] Si veda Goldman, B., Sosin, H. e Gatto, M. A., "Path-Dependent Options: Buy at the Low, Sell at the High", *Journal of Finance*, 34 (December 1979), 1111-27; Garman, M. B., "Recollection in Tranquillity", *Risk*, March 1989, 16-9.

$$b_3 = \frac{\ln(S_{\max}/S_0) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$Y_2 = \frac{2(r - q - \sigma^2/2)\ln(S_{\max}/S_0)}{\sigma^2}$$

e S_{max} è il prezzo massimo raggiunto finora (se la *lookback put* è stata appena creata $S_{max} = S_0$).

Esempio 18.1

Si consideri una *lookback put* appena emessa, con scadenza tra 3 mesi, scritta su un titolo che non paga dividendi: Il prezzo corrente dell'azione è di \$50, la volatilità è del 40 per cento annuo e il tasso privo di rischio è del 10 per cento annuo. Pertanto, S_{max} = \$50, S_0 = \$50, $r = 0{,}1$, $\sigma = 0{,}4$ e $T = 0{,}25$. Dalle formule appena date risulta $b_1 = -0{,}025$, $b_2 = -0{,}225$, $b_3 = 0{,}025$ e $Y_2 = 0$, cosicché il valore della *lookback put* è di \$7,79. La corrispondente *lookback call* vale \$8.04.

Le *lookback calls* consentono di comprare l'attività sottostante al prezzo minimo raggiunto durante la vita dell'opzione. Analogamente, le *lookback puts* consentono di vendere l'attività sottostante al prezzo massimo raggiunto durante la vita dell'opzione. Spesso l'attività sottostante ad una *lookback* è rappresentata da una merce. Così come nel caso delle opzioni con barriera, il valore di una *lookback* dipende dalla frequenza con cui si osserva il prezzo dell'attività sottostante per calcolarne il minimo o il massimo. Le formule appena date assumono che il prezzo dell'attività sottostante sia osservato continuamente. Broadie, Glasserman e Kou. hanno indicato come aggiustare le formule nel caso in cui il prezzo del sottostante venga osservato ad intervalli di tempo finiti.[5]

Opzioni Gridate

Le «opzioni gridate» (*shout options*) sono opzioni europee che consentono al portatore di "gridare" un prezzo durante la vita dell'opzione. Alla scadenza, il valore dell'opzione è pari al maggiore tra il valore finale della corrispondente opzione ordinaria e il valore intrinseco nel momento del grido. Si supponga che il prezzo d'esercizio sia di \$50 e che il portatore gridi quando il prezzo del sottostante sia di \$60. Se alla scadenza il prezzo del sottostante è minore di \$60, il valore finale dell'opzione è di \$10. Se invece è maggiore, il valore finale dell'opzione è pari alla differenza tra il prezzo del sottostante e il prezzo d'esercizio di \$50.

Le *shout options* hanno alcune delle caratteristiche delle opzioni *lookback*, ma sono notevolmente meno care. Si possono valutare notando che, se l'opzione viene gridata al tempo τ, quando il prezzo del sottostante è S_τ, il suo valore finale è

$$\max(0,\ S_T - S_\tau) + (S_\tau - X)$$

[5] Broadie, M., Glasserman, P. e Kou, S. G., "Connecting Discrete and Continuous Path-Dependent Options", *Finance and Stochastics*, 2 (1998), 1-28.

dove, come al solito, X è il prezzo d'esercizio e S_T è il prezzo del sottostante al tempo T. Pertanto, il valore dell'opzione al tempo τ è uguale al valore attuale di $S_\tau - X$ più il valore di un'opzione europea con prezzo d'esercizio S_τ. Quest'ultimo può essere calcolato in base alla formula di Black e Scholes.

Le *shout options* si valutano costruendo un albero binomiale o trinomiale nel solito modo. Quando si torna indietro nell'albero, il valore dell'opzione in ciascun nodo è pari al maggiore tra il valore che l'opzione avrebbe se fosse gridata in quel nodo oppure no. Pertanto, la procedura per valutare una *shout option* è molto simile a quella già vista per le opzioni americane.

Opzioni Asiatiche

Le opzioni asiatiche (*Asian options*) sono opzioni il cui valore finale dipende dal prezzo medio dell'attività sottostante osservato, almeno in parte, durante la vita dell'opzione. Il valore finale di una *call* «scritta sul prezzo medio» (*average price call*) è $\max(0, S_{med} - X)$ e quello di una *put* «scritta sul prezzo medio» (*average price put*) è $\max(0, X - S_{med})$ dove S_{med} è il prezzo medio dell'attività sottostante calcolato in un periodo predeterminato. Le opzioni *average price* sono meno care delle opzioni ordinarie e sono forse più adatte delle opzioni ordinarie per soddisfare alcune delle necessità dei tesorieri. Si supponga che il tesoriere di una società statunitense si aspetti di ricevere dalla sussidiaria australiana un flusso di cassa pari a 100 milioni di dollari australiani, distribuito in modo uniforme nel corso del prossimo anno. È probabile che il tesoriere sia interessato ad un'opzione che gli garantisca un tasso di cambio medio annuo superiore ad un certo livello. Una *average price put* può raggiungere questo scopo più efficacemente delle *puts* ordinarie.

Un altro tipo di opzione asiatica è l'opzione con prezzo d'esercizio medio. Il valore finale di una *call* «con prezzo d'esercizio medio» (*average strike call*) è $\max(0, S - S_{med})$ e quello di una *put* «con prezzo d'esercizio medio» (*average strike put*) è $\max(0, S_{med} - S)$. Le opzioni con prezzo d'esercizio medio possono garantire che il prezzo medio pagato per un'attività frequentemente scambiata in un certo periodo di tempo non sia maggiore del prezzo finale. In alternativa, possono garantire che il prezzo medio ricevuto per un'attività frequentemente scambiata in un certo periodo di tempo non sia inferiore al prezzo finale.

Se si assume che il prezzo dell'attività sottostante, S, sia distribuito in modo log-normale e S_{med} è una media geometrica degli S, sono disponibili formule analitiche per valutare le opzioni europee *average price*.[6] Ciò dipende dal fatto che la media geometrica di un insieme di variabili distribuite in modo log-normale è anch'essa log-normale. Si può dimostrare che, in un mondo neutrale verso il rischio, la distribuzione probabilistica della media geometrica dei prezzi di un'azione in un certo periodo è la stessa di quella del prezzo dell'azione alla fine del periodo se il tasso di crescita atteso dell'azione è pari a $(r - q - \sigma^2/6)/2$ (piuttosto che $r - q$) e la sua volatilità è pari a $\sigma/\sqrt{3}$ (piuttosto che σ). Pertanto, le opzioni scritte su una media geometrica possono essere trattate come le opzioni ordinarie se si utilizza una volatilità pari a $\sigma/\sqrt{3}$ e un *dividend yield* pari a

[6] Si veda Kemna, A. e Vorst, A., "A Pricing Method for Options Based on Average Asset Values", *Journal of Banking and Finance*, 14 (March 1990), 113-29.

$$r-\frac{1}{2}\left(r-q-\frac{\sigma^2}{6}\right)=\frac{1}{2}\left(r+q+\frac{\sigma^2}{6}\right).$$

Se invece, com'è più comune, le opzioni asiatiche sono definite in termini di medie aritmetiche, le formule analitiche di valutazione non sono disponibili. Ciò dipende dal fatto che la distribuzione della media aritmetica di un insieme di variabili distribuite in modo log-normale non ha proprietà che la rendono trattabile analiticamente. Tuttavia, esiste un'approssimazione analitica per valutare le opzioni scritte su medie aritmetiche. Si tratta di calcolare esattamente i primi due momenti della distribuzione probabilistica della media aritmetica in un mondo neutrale verso il rischio e quindi assumere che questa distribuzione sia log-normale.[7]

Si consideri un'opzione asiatica, appena emessa, il cui valore finale al tempo T si basa sulla media aritmetica tra il tempo zero e il tempo T. In un mondo neutrale verso il rischio, il primo momento, M_1, e il secondo momento, M_2, della media sono

$$M_1=\frac{e^{(r-q)T}-1}{(r-q)T}S_0$$

e

$$M_2=\frac{2e^{\left[2(r-q)+\sigma^2\right]T}S_0^2}{\left(r-q+\sigma^2\right)\left(2r-2q+\sigma^2\right)T^2}+\frac{2S_0^2}{(r-q)T^2}\left[\frac{1}{2(r-q)+\sigma^2}-\frac{e^{(r-q)T}}{r-q+\sigma^2}\right].$$

Se assumiamo che il prezzo medio dell'azione sia log-normale, l'opzione sulla media può essere considerata alla stregua di un'opzione su un *futures*. Si possono allora utilizzare le Equazioni (12.17) e (12.18) con

$$F_0=M_1 \tag{18.1}$$

e

$$\sigma^2=\frac{1}{T}\ln\left(\frac{M_2}{M_1^2}\right). \tag{18.2}$$

Esempio 18.2

Si consideri una *average price call* appena emessa, con prezzo d'esercizio di \$50 e scadenza tra 1 anno, scritta su un titolo che non paga dividendi. Il prezzo corrente dell'azione è di \$50, la volatilità è del 40 per cento annuo e il tasso privo di rischio è del 10 per cento annuo. Pertanto, S_0 = \$50, X = \$50, r = 0,1, q = 0, σ = 0,4 e T = 1. Se la *call* è scritta su una media geometrica, possiamo valutarla come se fosse un'opzione ordinaria scritta su un titolo con volatilità pari a $0{,}4/\sqrt{3}$ ossia al 23,09 per cento e *dividend yield* uguale a $(0{,}1 + 0{,}4^2/6)/2$ ossia al 6,33 per cento. Il valore dell'opzione è di \$5,13. Se la *call* è scritta su una media aritmetica, calcoliamo dapprima M_1 = 52,59 e M_2 = 2.922,76. Se assumiamo che la media sia log-normale, il valore dell'opzione è uguale a quello di un'opzione scritta su un *futures*. In base alle Equazioni (18.1) e (18.2), F_0 = 52,59 e σ = 23,54%. Il valore dell'opzione calcolato da DerivaGem è di \$5,62.

[7] Si veda Turnbull, S. M. e Wakeman, L. M., "A Quick Algorithm for Pricing European Average Options", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 26 (September 1991), 377-89.

Le formule per M_1 e M_2 assumono che la media venga calcolata sulla base di osservazioni continue del prezzo del titolo. L'Appendice 18A mostra come ottenere M_1 e M_2 quando la media è calcolata in base ad osservazioni discrete del prezzo del titolo.

Si può modificare l'analisi per trattare il caso in cui l'opzione non sia appena emessa e siano già stati osservati alcuni dei prezzi usati per determinare la media. Si supponga che il periodo considerato per il calcolo della media sia composto da un periodo di lunghezza t_1, per il quale i prezzi sono già stati osservati, e da un periodo di lunghezza t_2, pari alla vita residua dell'opzione. Si supponga che il prezzo medio dell'azione durante il primo periodo sia $\overline{S}$. Il valore finale di una *average price call* è

$$\max\left(\frac{\overline{S}t_1 + S_{\text{med}}\, t_2}{t_1 + t_2} - X, 0\right)$$

dove S_{med} è prezzo medio dell'azione nel secondo periodo. Quest'espressione equivale a

$$\frac{t_2}{t_1 + t_2}\max\left(S_{\text{med}} - X^*, 0\right)$$

dove

$$X^* = \frac{t_1 + t_2}{t_2}X - \frac{t_1}{t_2}\overline{S}.$$

Quando $X^* > 0$, l'opzione può essere valutata nello stesso modo in cui si valuta un'opzione appena emessa, a condizione che si cambi il prezzo d'esercizio da X a X^* e si moltiplichi il risultato per $t_2/(t_1 + t_2)$. Quando $X^* < 0$, l'opzione verrà certamente esercitata e può quindi essere valutata come un contratto *forward*. Il suo valore è

$$\frac{t_2}{t_1 + t_2}\left(S_0 e^{-q_A t_2} - X^* e^{-rt_2}\right).$$

Opzioni di Scambio

Le opzioni per scambiare un'attività con un'altra, chiamate a volte opzioni di scambio (*exchange options*), si presentano in diversi contesti. Un'opzione per acquistare yen in cambio di dollari australiani è, dal punto di vista di un investitore statunitense, un'opzione per scambiare una valuta estera con un'altra valuta estera. L'offerta pubblica di acquisto di azioni (*stock tender offer*) è un'opzione per scambiare azioni di una certa società con azioni di un'altra società.

Si consideri un'opzione europea per cedere un'attività che vale U_T al tempo T e ricevere in cambio un'attività che vale V_T. Il valore finale dell'opzione è

$$\max(V_T - U_T, 0).$$

Una formula per valutare quest'opzione è stata proposta da Margrabe.[8] Si supponga che i prezzi U e V seguano entrambi un moto geometrico Browniano con volatilità

---

[8] Si veda Margrabe, W., "The Value of an Option to Exchange One Asset for Another", *Journal of Finance*, 33 (March 1978), 177-86.

σ_U e σ_V. Si supponga inoltre che la correlazione istantanea tra U e V sia ρ e che i *dividend yields* di U e V siano q_U e q_V. Il valore corrente dell'opzione è:

$$V_0 e^{-q_V T} N(d_1) - U_0 e^{-q_U T} N(d_2) \tag{18.3}$$

dove

$$d_1 = \frac{\ln(V_0 / U_0) + (q_U - q_V + \hat{\sigma}^2 / 2)T}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \hat{\sigma}\sqrt{T}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\sigma_U^2 + \sigma_V^2 - 2\rho\sigma_U\sigma_V}$$

e U_0 e V_0 sono i valori di U e V al tempo zero.

Questo risultato verrà dimostrato nel Paragrafo 19.7. È interessante notare che l'Equazione (18.3) non dipende dal tasso privo di rischio, r. In un mondo neutrale verso il rischio, se r aumenta anche il tasso di crescita di entrambe le attività aumenta ma è compensato dall'aumento del tasso di attualizzazione. La variabile $\hat{\sigma}$ rappresenta la volatilità di V/U. Se si confrontano queste formule con l'Equazione (12.4), si può notare che il valore di un'opzione di scambio è uguale al valore di U_0 *calls* europee scritte su un'attività con valore corrente V_0/U_0 nel caso in cui il prezzo d'esercizio è 1, il tasso d'interesse privo di rischio è q_U e il *dividend yield* dell'attività è q_V. Mark Rubinstein ha dimostrato che, ai fini della valutazione, la versione americana di quest'opzione può essere caratterizzata in modo analogo.[9] È uguale a U_0 opzioni americane che consentono di acquistare ad 1 un'attività con valore corrente V_0/U_0 nel caso in cui il tasso d'interesse privo di rischio è q_U e il *dividend yield* dell'attività è q_V. L'opzione può essere quindi valutata facendo uso di un albero binomiale, così come descritto nel Capitolo 16.

Vale la pena di notare che un'opzione che consente di ottenere la migliore o la peggiore tra due attività può essere considerata alla stregua di una posizione su una delle due attività combinata con un'opzione di scambio:

$$\min(U_T, V_T) = V_T - \max(V_T - U_T, 0)$$

$$\max(U_T, V_T) = U_T + \max(V_T - U_T, 0).$$

Opzioni Arcobaleno

Le opzioni scritte su due o più attività rischiose sono dette «opzioni arcobaleno» (*rainbow options*). Un esempio è dato dal contratto *futures* su *Treasury bonds* del CBOT, descritto nel Capitolo 4. Quando deve effettuare la consegna, la parte con la posizione corta può scegliere all'interno di un ampio gruppo di titoli. Un altro esem-

---

[9] Si veda Rubinstein, M., "One for Another", *Risk*, July-August 1991, 30-2.

pio è dato dalle *Libor-Contingent FX options*. Si tratta di opzioni su valute il cui valore finale è positivo solo se un certo tasso d'interesse risulta compreso, alla scadenza, in una banda predefinita.

Opzioni su Panieri

Le «opzioni su panieri» (*basket options*) sono opzioni il cui *payoff* dipende dal valore di un portafoglio, ossia da un paniere (*basket*) di attività. Le attività sono in genere rappresentate da singole azioni o da indici azionari o da valute. Le *basket options* di tipo europeo possono essere valutate con il metodo Monte Carlo, assumendo che le attività seguano dei moti geometrici Browniani correlati tra loro. Un approccio molto più veloce consiste nel calcolare i primi due momenti del *basket* alla scadenza dell'opzione, in un mondo neutrale verso il rischio, e quindi assumere una distribuzione log-normale per il valore dell'intero portafoglio. L'opzione può essere considerata alla stregua di un'opzione su *futures*, con parametri pari a quelli riportati nelle Equazioni (18.1) e (18.2). L'Appendice 18A mostra come si calcolano i primi due momenti della distribuzione del valore finale del paniere, in base alle volatilità delle attività e alle loro correlazioni.

18.2 DERIVATI *PATH-DEPENDENT*

I derivati *path-dependent* (o *history-dependent derivatives*) dipendono dal sentiero temporale della variabile sottostante, non solo dal suo valore finale. Le opzioni asiatiche e le opzioni *lookback* rappresentano altrettanti esempi di derivati *path-dependent*. Come si è visto nel Paragrafo 18.1, il valore finale delle opzioni asiatiche dipende dal prezzo medio dell'attività sottostante; il valore finale delle opzioni *lookback* dipende dal prezzo minimo o massimo. Come si è visto nel Capitolo 16, uno degli approcci per valutare le opzioni *path-dependent*, per le quali non siano disponibili risultati analitici, è il metodo Monte Carlo. Per ottenere un valore campionario del derivato in questione, si simula l'evoluzione temporale dell'attività sottostante in un mondo neutrale verso il rischio, si calcola il valore finale del derivato e lo si attualizza in base al tasso d'interesse privo di rischio. La stima del valore corrente del derivato è pari alla media dei valori campionari ottenuti in numerose simulazioni.

Il principale problema delle simulazioni con il metodo Monte Carlo è che i tempi di elaborazione necessari per raggiungere il livello richiesto di accuratezza possono essere eccessivamente alti. Inoltre, questo metodo non consente di valutare facilmente i derivati *path-dependent* di stile americano. In questo paragrafo vedremo come si possono valutare alcuni derivati *path-dependent* estendendo gli alberi binomiali presentati nel Capitolo 16.[10] La procedura proposta consente di valutare i derivati *path-dependent* di stile americano e, per quanto riguarda i derivati *path-dependent* di stile europeo, risulta più efficiente, in termini di tempi di elaborazione, rispetto alle simulazioni con il metodo Monte Carlo.

Affinché questa procedura funzioni devono essere soddisfatte due condizioni:

---

[10] Quest'approccio è stato proposto da Hull, J. C. e White, A., "Efficient Procedures for Valuing European and American Path-Dependent Options", *Journal of Derivatives*, Fall 1993, 21-31.

1. il valore finale del derivato deve dipendere da una sola funzione, F, del sentiero seguito dall'attività sottostante (F è detta funzione-sentiero);
2. è possibile calcolare il valore di F al tempo $\tau + \Delta t$ sulla base del valore di F al tempo τ e del valore dell'attività sottostante al tempo $\tau + \Delta t$.

Illustrazione con le Opzioni *Lookback*

Per illustrare questa procedura, consideriamo una *lookback put* americana, scritta su un titolo che non paga dividendi.[11] In caso di esercizio al tempo τ, quest'opzione paga l'eccedenza tra il massimo prezzo raggiunto dall'azione nel periodo da 0 a τ e il prezzo corrente. Supponiamo che il prezzo iniziale dell'azione sia di \$50, che la volatilità sia del 40 per cento annuo, che il tasso d'interesse privo di rischio sia pari al 10 per cento annuo e che la vita dell'opzione sia di 3 mesi. Le variazioni del prezzo dell'azione vengono rappresentate con un albero binomiale a tre stadi. Usando la simbologia esposta nel Capitolo 16, si ha $S_0 = \$50$, $\sigma = 0{,}4$, $r = 0{,}1$, $\Delta t = 0{,}08333$, $u = 1{,}1224$, $d = 0{,}8909$, $a = 1{,}0084$ e $p = 0{,}5073$.

L'albero è mostrato nella Figura 18.2. In ogni nodo, il prezzo indicato in alto è quello corrente dell'azione. Al livello intermedio sono riportati i prezzi massimi che l'azione può raggiungere nei sentieri che conducono al nodo. Nel livello in basso figurano i valori della *put* corrispondenti a ciascuno dei prezzi massimi dell'azione.

I valori della *put* ai nodi finali dell'albero sono stati calcolati come differenza tra il prezzo massimo ed il prezzo effettivo dell'azione. Per illustrare il modo in cui si torna indietro nell'albero, supponiamo di essere al nodo A, dove il prezzo dell'azione è pari a \$50. Il prezzo massimo raggiunto finora è di \$56,12 o di \$50. Consideriamo innanzitutto il caso in cui è di \$50. Se c'è un rialzo, il prezzo massimo diventa pari a \$56,12 e il valore della *put* diventa nullo. Se c'è un ribasso, il prezzo massimo resta pari a \$50 e il valore della *put* diventa pari a \$5,45. Pertanto, nel caso in cui il prezzo massimo raggiunto finora sia di \$50, il valore della *put* al nodo A, assumendo che non venga esercitata, è pari a

$$(\$0 \times 0{,}5073 + \$5{,}45 \times 0{,}4927)e^{-0{,}1 \times 0{,}08333} = \$2{,}66.$$

È ovvio che, in queste circostanze, non conviene esercitare la *put* al nodo A, dal momento che il suo valore sarebbe nullo. Un calcolo simile per il caso in cui il prezzo massimo al nodo A è di \$56,12 porta a determinare per la *put*, assumendo che non venga esercitata, un valore pari a

$$(\$0 \times 0{,}5073 + \$11{,}57 \times 0{,}4927)e^{-0{,}1 \times 0{,}08333} = \$5{,}65.$$

In questo caso l'esercizio anticipato è ottimale, dal momento che comporta un valore della *put* pari a \$6,12. Tornando indietro nell'albero in questo modo si ottiene un valore corrente della *put* pari a \$5,47.

---

[11] Quest'esempio viene usato come illustrazione della procedura generale per la valutazione dei derivati *path dependent*. Un approccio più efficiente per valutare le opzioni *lookback* americane verrà indicato nel prossimo paragrafo.

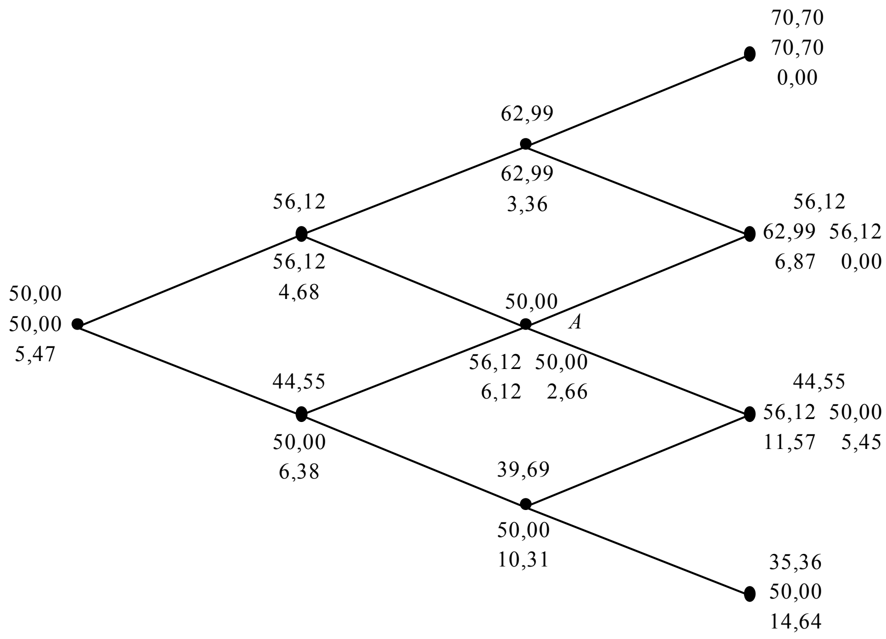


Figura 18.2 Albero per valutare una *lookback put* americana.

Generalizzazione

L'approccio che è stato appena descritto è praticabile da un punto di vista numerico quando, ad ogni nodo, il numero dei possibili valori della funzione-sentiero, F, non cresce troppo velocemente con il crescere di n. L'esempio che abbiamo presentato, una *lookback put*, non comporta problemi dato che il numero dei possibili prezzi massimi ad ogni nodo di un albero binomiale a n stadi non è mai maggiore di n.

Fortunatamente, l'approccio può essere esteso per tener conto delle situazioni in cui il numero dei possibili valori di F ad ogni nodo è molto grande. L'idea fondamentale è la seguente. Ad ogni nodo, si fanno i calcoli in base ad un piccolo numero di valori rappresentativi di F. Quando vogliamo conoscere i valori del derivato per altri valori di F, possiamo calcolarli per interpolazione.

La prima fase consiste nell'andare avanti nell'albero determinando il minimo e il massimo della funzione-sentiero ad ogni nodo. Assumendo che il valore di F al tempo $\tau + \Delta t$ dipenda solo dal valore di F al tempo τ e dal valore della variabile sottostante al tempo $\tau + \Delta t$, il minimo e il massimo di F per i nodi al tempo $\tau + \Delta t$ possono essere semplicemente calcolati in base a quelli corrispondenti ai nodi al tempo τ. La seconda fase consiste nello scegliere i valori rappresentativi della funzione-sentiero a ciascun nodo. Esistono diverse alternative. Una semplice regola è quella di considerare come valori rappresentativi della funzione-sentiero, F, il massimo, il minimo e un certo numero di valori equispaziati compresi tra questi due estremi. Tornando indietro nell'albero, valuteremo il derivato per ciascuno di questi valori rappresentativi della funzione-sentiero.

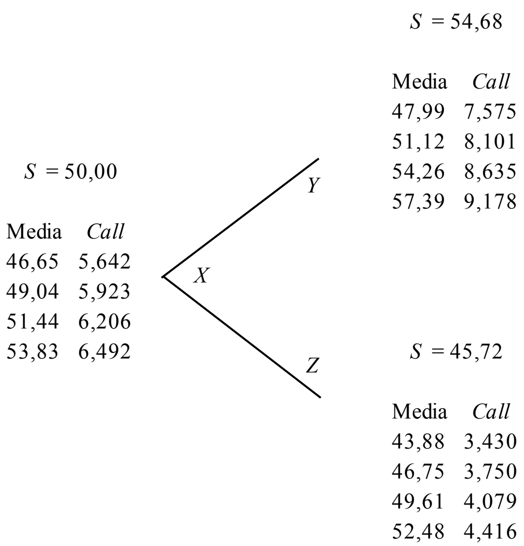


Figura 18.3 Parte di un albero per valutare una *call* scritta su una media aritmetica.

La natura dei calcoli verrà illustrata considerando la *average price call* considerata nell'Esempio 18.2. Supponiamo che il valore finale dell'opzione dipenda dalla media aritmetica del prezzo dell'azione. Il prezzo corrente dell'azione è di \$50, il prezzo d'esercizio è di \$50, il tasso d'interesse privo di rischio è del 10 per cento annuo, la volatilità dell'azione è del 40 per cento, la scadenza dell'opzione è tra un anno e il numero degli intervalli dell'albero è pari a 20. In questo caso, i parametri dell'albero binomiale sono $\Delta t = 0{,}05$, $u = 1{,}0936$, $d = 0{,}9144$, $p = 0{,}5056$ e $1 - p = 0{,}4944$. La funzione-sentiero è la media aritmetica del prezzo dell'azione.

La Figura 18.3 mostra i calcoli che dovrebbero essere effettuati in una piccola parte dell'albero. Il nodo X è il nodo centrale al tempo 0,2 anni (alla fine del quarto intervallo). I nodi Y e Z sono i due nodi al tempo 0,25 anni che possono essere raggiunti dal nodo X. Il prezzo dell'azione al nodo X è di \$50. L'induzione in avanti (*forward induction*), dal nodo iniziale al nodo X, mostra che il massimo prezzo medio che si può registrare arrivando al nodo X è di \$53,83. Il minimo è di \$ 46,65 (includiamo sia il prezzo iniziale che quello finale nel calcolo della media). Dal nodo X partono due rami, diretti al nodo Y o al nodo Z. Al nodo Y il prezzo dell'azione è di \$54,68 e gli estremi della media sono 47,99 e 57,39. Al nodo Z il prezzo dell'azione è di \$45,72 e gli estremi della media sono 43,88 e 52,48.

Supponiamo di aver deciso che, in ciascun nodo, i valori rappresentativi di F siano quattro, equispaziati. Ciò vuol dire che al nodo X consideriamo le medie 46,65 49,04 51,44 e 53,83. Al nodo Y consideriamo le medie 47,99 51,12 54,26 e 57,39. Al nodo Z le medie 43,88 46,75 49,61 e 52,48. Assumiamo di aver già utilizzato l'induzione all'indietro (*backward induction*) per ricavare il valore dell'opzione in corrispondenza di ciascuna delle medie dei nodi Y e Z. I valori sono mostrati nella Figura 18.3. Ad esempio, al nodo Y, quando la media è di \$51,12, il valore dell'opzione è pari a \$8,101.

Consideriamo i calcoli al nodo X per il caso in cui la media sia di \$51,44. Se dal nodo X si passa al nodo Y, la nuova media sarà

$$\frac{5\times\$51{,}44+\$54{,}68}{6}=\$51{,}98.$$

Il valore della *call*, al nodo Y, corrispondente a questa media può essere trovato interpolando tra i valori che la *call* avrebbe se la media fosse \$51,12 o \$54,26:

$$\frac{(\$51{,}98-\$51{,}12)\times\$8{,}635+(\$54{,}26-\$51{,}98)\times\$8{,}101}{\$54{,}26-\$51{,}12}=\$8{,}247.$$

Analogamente, se dal nodo X si passa al nodo Z, la nuova media sarà

$$\frac{5\times\$51{,}44+\$45{,}72}{6}=\$50{,}49$$

e, per interpolazione, il valore della *call* risulta pari a \$4,182.

Pertanto, il valore della *call* al nodo X corrispondente a una media di \$51,44 è

$$(0{,}5056\times\$8{,}247+0{,}4944\times\$4{,}182)e^{-0{,}1\times0{,}05}=\$6{,}206.$$

Gli altri valori della *call* al nodo X si trovano in modo analogo. Una volta calcolati tutti i valori relativi ai nodi 0,2 possiamo passare ai nodi 0,15.

Il valore della *call* al tempo zero risulta pari a \$7,17. Aumentando il numero degli intervalli e il numero delle medie considerate a ciascun nodo, la stima del valore dell'opzione converge verso il valore corretto. Con 60 intervalli e 100 medie in ciascun nodo, il valore dell'opzione è di \$5,58. L'approssimazione analitica per il valore dell'opzione, calcolata nell'Esempio 18.2, è di \$5,62.

Il principale vantaggio del metodo ora descritto è che può essere utilizzato per valutare le opzioni americane. I calcoli sono uguali, fatta eccezione per il fatto che, ad ogni nodo e in corrispondenza di ciascuno dei valori della funzione-sentiero, dovremo verificare la convenienza dell'esercizio anticipato (in pratica, la decisione dipenderà sia dal valore della funzione-sentiero sia dal valore dell'attività sottostante). Si consideri la versione americana della *average price call* considerata finora. Il valore calcolato utilizzando un albero con 20 intervalli e quattro medie in ciascun nodo è di \$7,77. Con 60 intervalli e 100 medie in ciascun nodo il valore è di \$6,17.

L'approccio descritto può essere adottato in un'ampia varietà di casi. Le due condizioni che devono essere soddisfatte sono state elencate all'inizio di questo paragrafo. L'efficienza del metodo può essere migliorata se si utilizza l'interpolazione quadratica piuttosto che quella lineare.

18.3 OPZIONI *LOOKBACK*

Un semplice approccio per la valutazione delle opzioni *lookback* è stato suggerito da alcuni studiosi.[12] Per illustrarlo, facciamo di nuovo riferimento alla *lookback put*

[12] Quest'approccio è stato suggerito da Reiner, E. in un seminario a Berkeley. È stato anche suggerito da Babbs, S., "Binomial Valuation of Lookback Options", Working Paper, Midland Global Markets, 1992, e da Cheuk, T. H. F. e Vorst, A., "Lookback Options and the Observation Frequency: A Binomial Approach", Working Paper, Erasmus University, Rotterdam.

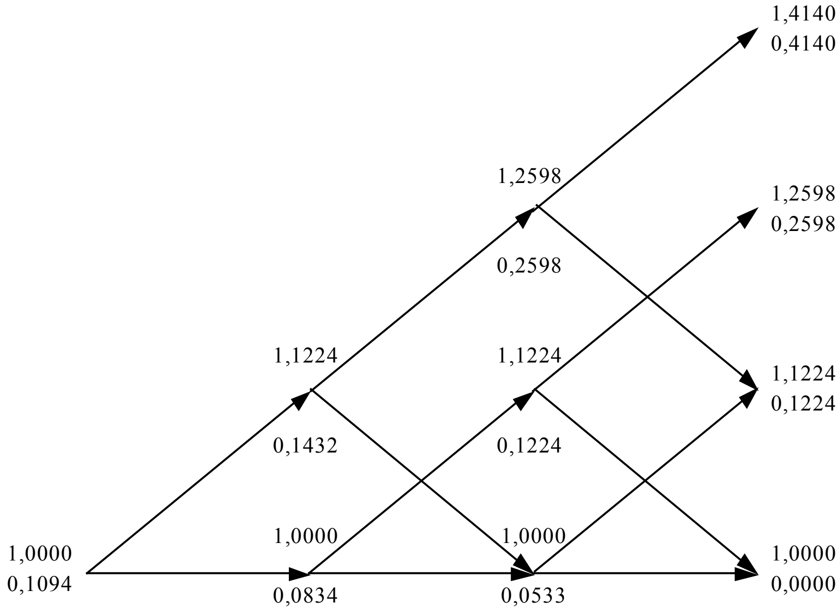


Figura 18.4 Procedura efficiente per valutare una *lookback put* americana.

americana della Figura 18.2. Quest'opzione, nel momento in cui viene esercitata, ha un valore pari alla differenza tra il prezzo massimo e il prezzo corrente dell'azione. Sia $F(t)$ il prezzo massimo raggiunto dall'azione fino al tempo t e

$$Y(t) = \frac{F(t)}{S(t)}.$$

Usiamo ora l'approccio di Cox, Ross e Rubinstein per costruire un albero per Y. Inizialmente, Y è pari ad 1 dato che $F = S$ al tempo zero. Se c'è un rialzo di S durante il primo intervallo, sia F che S aumentano in proporzione pari ad u e Y continua ad essere uguale ad 1. Se invece c'è un ribasso di S durante il primo intervallo, F rimane invariata ed $Y = 1/d = u$. Continuando in questo modo possiamo ottenere l'albero per Y mostrato nella Figura 18.4 (si noti che in quest'esempio u = 1,1224 d = 0,8909, a = 1,0084 e p = 0,5073). Le regole che definiscono la geometria dell'albero sono le seguenti:

1. se al tempo t si ha $Y = 1$, al tempo $t + \Delta t$ si ha Y uguale ad u o ad 1;
2. se al tempo t si ha $Y = u^m$ $(m \geq 1)$, al tempo $t + \Delta t$ si ha Y uguale a u^{m+1} o a u^{m-1};

I rialzi di Y corrispondono a ribassi di S, e viceversa. Pertanto, la probabilità di un rialzo di Y è sempre pari a $1 - p$ e la probabilità di un ribasso di Y è sempre pari a p.

Utilizziamo l'albero binomiale per valutare la *lookback put* americana in rapporto al prezzo dell'azione piuttosto che in dollari. Il valore finale in dollari dell'opzione è

$$SY - S.$$

Ne segue che il suo *payoff* in rapporto al prezzo dell'azione è

$$Y - 1.$$

Per valutare un derivato che offre questo *payoff*, torniamo indietro nell'albero nel modo consueto ma tenendo conto del fatto che il prezzo dell'azione (ossia l'unità di misura) cambia di nodo in nodo. Se $f_{i,j}$ è il valore della *lookback* al j-esimo nodo del tempo $i\Delta t$, l'induzione all'indietro comporta

$$f_{i,j} = \max\left\{Y_{i,j} - 1,\ e^{-r\Delta t}\left[(1-p)f_{i+1,j+1}d + pf_{i+1,j-1}u\right]\right\}$$

quando $j \geq 1$. Si noti che in quest'equazione $f_{i+1,\,j+1}$ è moltiplicato per d mentre $f_{i+1,\,j\text{-}1}$ è moltiplicato per u. In questo modo si tiene conto del fatto che l'unità di misura nel nodo (i, j) è data dal prezzo dell'azione. Il prezzo dell'azione nel nodo $(i + 1, j + 1)$, che è l'unità di misura per $f_{i+1,\,j+1}$, è pari a d volte il prezzo dell'azione nel nodo (i, j) e il prezzo dell'azione nel nodo $(i + 1, j - 1)$, che è l'unità di misura per $f_{i+1,\,j-1}$, è pari a u volte il prezzo dell'azione nel nodo (i, j). Analogamente, quando $j = 0$ l'induzione all'indietro comporta

$$f_{i,j} = \max\left\{Y_{i,j} - 1,\ e^{-r\Delta t}\left[(1-p)f_{i+1,j+1}d + pf_{i+1,j}u\right]\right\}.$$

I calcoli del nostro esempio sono mostrati nella Figura 18.4. Il valore dell'opzione al tempo zero (in rapporto al prezzo dell'azione) è pari a 0,1094. Ciò vuol dire che il valore corrente dell'opzione in dollari è pari a 0,1094 × \$50 = \$5,47. Si tratta dello stesso valore ottenuto con l'albero della Figura 18.2. Se il numero degli intervalli è uguale, i due metodi sono equivalenti. Il vantaggio della procedura descritta ora è che riduce notevolmente il numero dei calcoli.

Nel caso in cui sia europea, il valore della *lookback put* che si ottiene con l'albero della Figura 18.4 è di \$5,26. Il valore esatto dell'opzione, indicato nell'Esempio 21.4, è di \$7,79. La stima fornita dall'albero converge lentamente verso tale valore all'aumentare del numero degli intervalli. Ad esempio, con 100, 500, 1.000 e 5.000 intervalli, i valori forniti dall'albero per l'opzione europea sono \$7,24 \$7,54, \$7,61 e \$7,71.

18.4 OPZIONI CON BARRIERA

Finora abbiamo visto, in questo capitolo, dei risultati analitici per le opzioni con barriera che hanno caratteristiche standard. Ora vedremo le procedure numeriche che si possono utilizzare quando non esistono risultati analitici per questo tipo di opzioni.

In principio, le opzioni con barriera possono essere valutate utilizzando gli alberi binomiali e trinomiali che abbiamo trattato nel Capitolo 16. Sfortunatamente, la convergenza è molto lenta quando si usa quest'approccio. Per ottenere risultati accurati è necessario usare un numero elevato di intervalli. La ragione di questa lenta convergenza è che la barriera ipotizzata dall'albero è diversa da quella effettiva.[13]

[13] Si veda Boyle, P. P. e Lau, S. H., "Bumping Up Against the Barrier with the Binomial Model", *Journal of Derivatives*, 1, 4 (Summer 1994), 6-14.

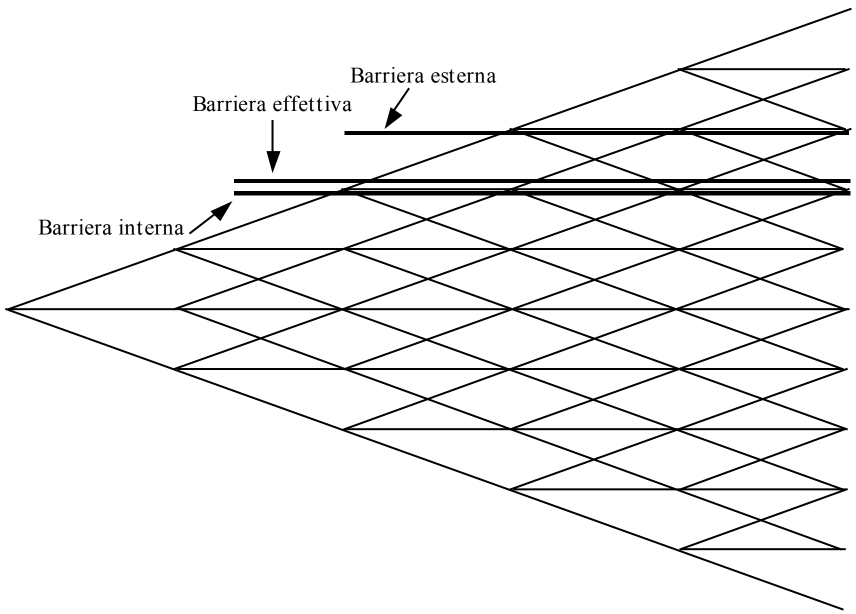


Figura 18.5 Posizionamento delle barriere negli alberi trinomiali.

Definiamo «barriera interna» la barriera formata dai nodi immediatamente all'interno della barriera effettiva (più vicini al centro dell'albero) e «barriera esterna» la barriera formata dai nodi immediatamente all'esterno della barriera effettiva (più lontani dal centro dell'albero). La Figura 18.5 mostra le barriere, interna e esterna, di un albero trinomiale nell'ipotesi che la barriera effettiva sia orizzontale. La Figura 18.6 si riferisce invece ad un albero binomiale. I calcoli standard assumono implicitamente che la barriera esterna coincida con la barriera effettiva, poiché si suppone che la barriera esterna sia la prima ad essere raggiunta. Quando l'intervallo di tempo è Δt, la spaziatura verticale tra i nodi è di ordine $\sqrt{\Delta t}$. Ciò vuol dire che gli errori commessi quando la barriera esterna e la barriere effettiva non coincidono sono di ordine $\sqrt{\Delta t}$.

Vedremo ora tre possibili approcci per superare questo problema. In ognuno dei tre, risulta più efficiente utilizzare un albero trinomiale piuttosto che binomiale.

Posizionamento dei Nodi sulle Barriere

Si supponga che esistano due barriere orizzontali, H_1 e H_2 ($H_1 > H_2$), e che il prezzo dell'azione sottostante segua un moto geometrico Browniano. In ciascun nodo di un albero trinomiale esistono tre possibilità per il prezzo di un'azione: aumentare ad un tasso pari ad u; restare invariato; diminuire ad un tasso d, con $d = 1/u$. Possiamo sempre scegliere u in modo che i nodi si dispongano su entrambe le barriere. La condizione che deve essere soddisfatta da u è che

$$H_2 = H_1 u^N$$

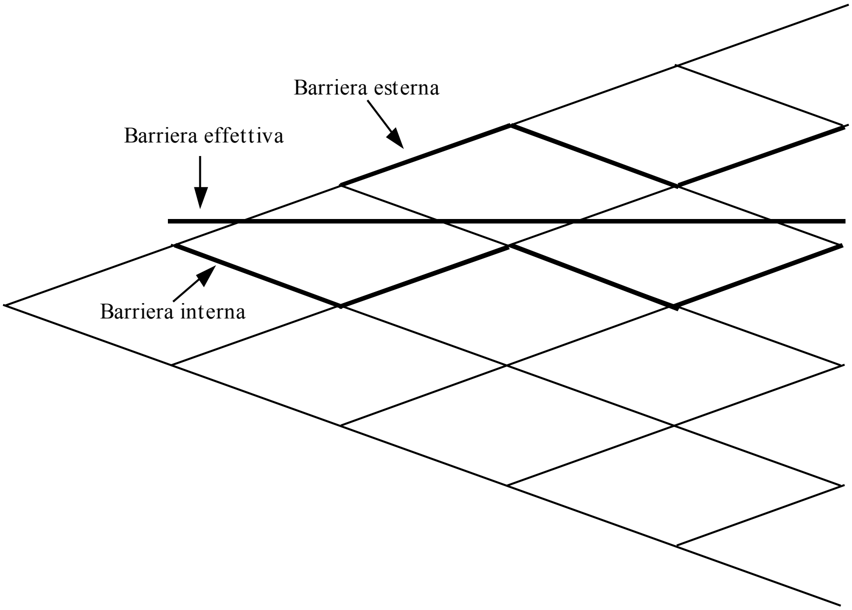


Figura 18.6 Posizionamento delle barriere negli alberi binomiali.

ossia

$$\ln(H_2) = \ln(H_1) + N\ln(u)$$

per un numero intero pari a N.

Quando abbiamo presentato gli alberi trinomiali, nel Paragrafo 16.5, si è suggerito per u un valore pari a $e^{\sigma\sqrt{3\Delta t}}$, in modo che fosse $\ln(u) = \sigma\sqrt{3\Delta t}$. Nel caso che viene ora esaminato è buona regola scegliere per $\ln(u)$ un valore quanto più vicino possibile a questo ma coerente con la condizione che si è vista in precedenza. In altri termini, dobbiamo porre

$$\ln(u) = \frac{\ln(H_2) - \ln(H_1)}{N}$$

dove

$$N = \text{int}\left[\frac{\ln(H_2) - \ln(H_1)}{\sigma\sqrt{3\Delta t}} + 0{,}5\right].$$

Di solito, l'albero trinomiale per i prezzi di un'azione è costruito in modo che il nodo centrale corrisponda al prezzo iniziale dell'azione. In questo caso, il prezzo dell'azione nel primo nodo è uguale al prezzo iniziale dell'azione, ma il nodo centrale dell'albero è uguale a $H_1 u^M$, dove M è l'intero che rende questa quantità quanto più vicina possibile al prezzo iniziale dell'azione; in altri termini,

$$M = \text{int}\left[\frac{\ln(S_0) - \ln(H_1)}{\ln(u)} + 0{,}5\right].$$

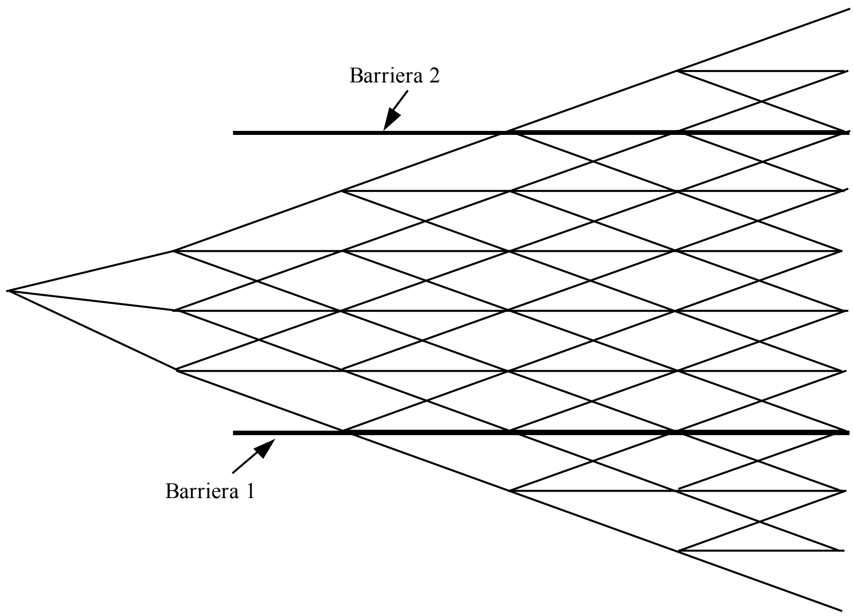


Figura 18.7 Un albero con nodi disposti su entrambe le barriere.

Si ottiene così un albero del tipo di quello mostrato nella Figura 18.7. Le probabilità relative ai diversi rami sono scelte in modo da assicurare l'uguaglianza con i primi due momenti del processo stocastico seguito dal prezzo del titolo. Quest'approccio funziona bene tranne quando il prezzo iniziale del titolo è vicino alla barriera.

Aggiustamento dei Nodi non Disposti sulle Barriere

Una procedura alternativa per tener conto delle barriere è quella di non cambiare la struttura dell'albero ma di effettuare aggiustamenti nella procedura di calcolo per tener conto che l'albero non specifica correttamente la barriera.[14] Il primo stadio consiste nel determinare una barriera interna ed una barriera esterna, come si è visto prima. Quindi si torna indietro nell'albero calcolando due valori per il derivato nei nodi che formano la barriera interna. Il primo è ottenuto assumendo che la barriera interna sia corretta; il secondo è ottenuto assumendo che la barriera esterna sia corretta. La stima finale del valore del derivato nella barriera interna è ottenuto interpolando tra questi due valori. Si supponga che al tempo $i\Delta t$ la vera barriera sia distante 0,2 dalla barriera interna e 0,6 dalla barriera esterna. Si supponga, inoltre, che il valore del derivato nella barriera interna sia pari a 0 se si assume che la barriera interna è corretta e sia pari a 1,6 se si assume che la barriera esterna è corretta. Il valore interpolato è 0,4. Dopo aver ottenuto le stime del derivato per tutti i nodi di tutte le barriere interne, possiamo tornare indietro nell'albero nel modo consueto per ottenere il valore corrente del derivato.

[14] Questa procedura è simile a quella di Derman, E., Kani, I., Ergener, D. e Bardhan, I., "Enhanced Numerical Methods for Options with Barriers", Working Paper, Goldman Sachs, May 1995.

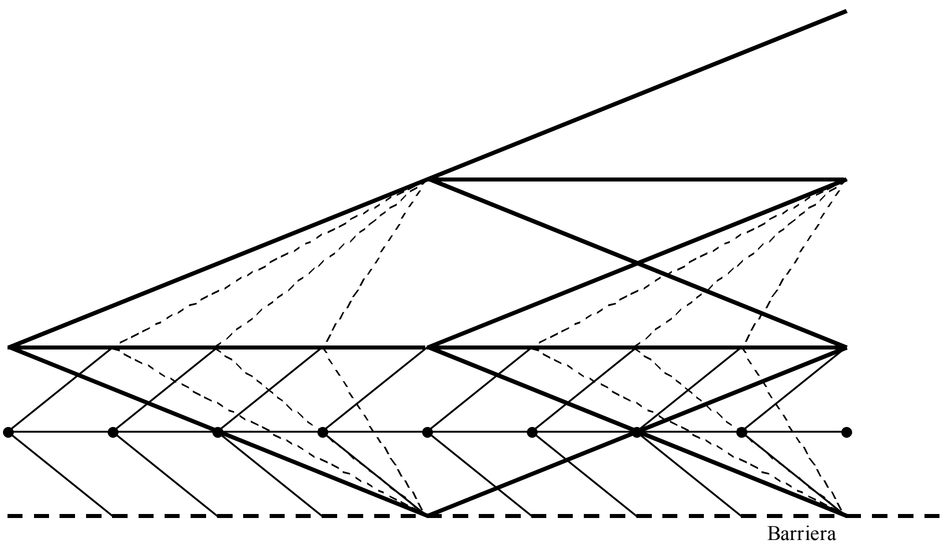


Figura 18.8 Il modello a maglia adattabile usato per valutare le opzioni con barriera.

Nel caso di una sola barriera orizzontale quest'approccio equivale al seguente:

1. si calcola il prezzo del derivato nell'ipotesi che la barriera interna sia la vera barriera;
2. si calcola il valore del derivato nell'ipotesi che la barriera esterna sia la vera barriera;
3. si interpola tra i due valori ottenuti.

Quest'approccio può essere generalizzato a situazioni in cui ci sia più di una barriera e a situazioni in cui le barriere non sono orizzontali.

Il Modello a Maglia Adattabile

L'approccio migliore per trattare le opzioni con barriera è probabilmente rappresentato dal modello a maglia adattabile, descritto nel Capitolo 16 per le opzioni americane ordinarie. L'idea sottostante il modello è che l'efficienza delle elaborazioni può essere migliorata innestando un albero ad alta risoluzione in un albero a bassa risoluzione, in modo che offra una rappresentazione più dettagliata delle variazioni del prezzo dell'azione nella regione dove ce n'è maggior bisogno.[15]

Per valutare le opzioni americane ordinarie, è utile avere un'alta risoluzione in prossimità della scadenza e nella regione intorno al prezzo d'esercizio (si veda la Figura 16.12). Per valutare le opzioni con barriera, è utile avere un'alta risoluzione vicino alla barriera. L'albero viene costruito in modo che i nodi siano disposti sulla barriera (Figura 18.8). Come di consueto, le probabilità associate ai diversi rami

[15] Si veda Figlewski, S. e Gao, B., "The Adaptive Mesh Model: A New Approach to Efficient Option Pricing", *Journal of Financial Economics*, 53, 3 (1999), 313-51.

vengono scelte in modo da assicurare l'uguaglianza con i primi due momenti del processo stocastico seguito dal prezzo del titolo.

Figlewski e Gao hanno confrontato il loro approccio con il primo dei tre approcci descritti in questo paragrafo ed hanno trovato che esso porta a significativi miglioramenti nell'efficienza delle elaborazioni - soprattutto quando il prezzo iniziale del titolo si trova in prossimità della barriera.

18.5 OPZIONI SCRITTE SU DUE ATTIVITÀ CORRELATE

Un altro difficile problema numerico è quello di valutare le opzioni arcobaleno (*rainbow options*), ossia le opzioni scritte su due attività i cui prezzi sono correlati. Sono stati suggeriti diversi approcci, di cui tre verranno ora presentati.

Trasformazione delle Variabili

È relativamente semplice costruire un albero in tre dimensioni per rappresentare i movimenti di due variabili «non correlate». La procedura è la seguente. Dapprima si costruisce separatamente un albero a due dimensioni per ciascuna delle due variabili. Quindi si combinano questi due alberi in un solo albero a tre dimensioni. Le probabilità relative ai rami del nuovo albero sono pari al prodotto delle probabilità dei corrispondenti rami degli alberi a due dimensioni. Si supponga, ad esempio, che le variabili siano date dai prezzi di due azioni, S_1 e S_2. Ciascuna di queste due variabili può essere rappresentata in due dimensioni dall'albero binomiale di Cox, Ross e Rubinstein. Si supponga che ci sia una probabilità p_1 che S_1 aumenti in base ad un fattore moltiplicativo u_1 e una probabilità $1 - p_1$ che diminuisca in base ad un fattore moltiplicativo d_1. Si supponga, inoltre, che ci sia una probabilità p_2 che S_2 aumenti in base ad un fattore u_2 e una probabilità $1 - p_2$ che diminuisca in base ad un fattore d_2. Nell'albero a tre dimensioni ci sono quattro rami che vengono generati da ciascun nodo. Le probabilità sono le seguenti:

$$\begin{aligned}
p_1 p_2 :&\quad S_1 \text{ aumenta}, S_2 \text{ aumenta;}\\
p_1(1-p_2) :&\quad S_1 \text{ aumenta}, S_2 \text{ diminuisce;}\\
(1-p_1)p_2 :&\quad S_1 \text{ diminuisce}, S_2 \text{ aumenta;}\\
(1-p_1)(1-p_2) :&\quad S_1 \text{ diminuisce}, S_2 \text{ diminuisce.}
\end{aligned}$$

Si consideri ora la situazione in cui S_1 e S_2, siano correlati. Supponiamo che i processi neutrali verso il rischio siano:

$$dS_1 = (r - q_1)S_1 dt + \sigma_1 S_1 dz_1$$

$$dS_2 = (r - q_2)S_2 dt + \sigma_2 S_2 dz_2$$

e che la correlazione istantanea tra i processi di Wiener, dz_1 e dz_2, sia ρ. Ciò vuol dire che:

$$d\ln(S_1) = \left(r - q_1 - \sigma_1^2 / 2\right)dt + \sigma_1 dz_1$$

$$d\ln(S_2) = \left(r - q_2 - \sigma_2^2/2\right)dt + \sigma_2 dz_2.$$

Definiamo due nuove variabili non correlate tra loro:[16]

$$x_1 = \sigma_2 \ln(S_1) + \sigma_1 \ln(S_2) \qquad\qquad x_2 = \sigma_2 \ln(S_1) - \sigma_1 \ln(S_2).$$

Queste variabili seguono i processi

$$dx_1 = \left[\sigma_2\left(r - q_1 - \sigma_1^2/2\right) + \sigma_1\left(r - q_2 - \sigma_2^2/2\right)\right] dt + \sigma_1\sigma_2\sqrt{2(1+\rho)}\, dz_A$$

$$dx_2 = \left[\sigma_2\left(r - q_1 - \sigma_1^2/2\right) - \sigma_1\left(r - q_2 - \sigma_2^2/2\right)\right] dt + \sigma_1\sigma_2\sqrt{2(1-\rho)}\, dz_B$$

dove dz_A e dz_B sono due processi di Wiener non correlati tra loro.

Le variabili x_1 e x_2 possono essere modellate usando due separati alberi binomiali. In un periodo di tempo Δt, c'è una probabilità p_i che x_i aumenti di h_i e una probabilità $1 - p_i$ che diminuisca di h_i. Le variabili h_i e p_i vengono scelte in modo che l'albero sia coerente con i primi due momenti della distribuzione di x_1 e x_2. Dato che le due variabili non sono correlate, gli alberi binomiali possono essere combinati insieme per formare un unico albero a tre dimensioni, nel modo già descritto.

Ad ogni nodo dell'albero, S_1 e S_2 possono essere calcolati sulla base di x_1 e x_2 usando le relazioni inverse:

$$S_1 = e^{\frac{x_1 + x_2}{2\sigma_2}}$$

$$S_2 = e^{\frac{x_1 - x_2}{2\sigma_1}}.$$

La procedura per valutare i derivati tornando indietro negli alberi a tre dimensioni è analoga a quella degli alberi a due dimensioni.

Alberi non Rettangolari

Rubinstein ha proposto di costruire l'albero a tre dimensioni relativo a due variabili correlate disponendo i nodi in modo non-rettangolare.[17] Dal nodo (S_1, S_2), dove il prezzo della prima azione è S_1 ed il prezzo della seconda azione è S_2, si può passare ad uno dei seguenti nodi con probabilità 0,25:

$$(S_1u_1,\ S_2A)$$

$$(S_1u_1,\ S_2B)$$

[16] Quest'idea è stata originariamente suggerita da Hull, J. C. e White, A. "Valuing Derivative Securities Using the Explicit Finite Difference Method", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25 (1990), 87-100.

[17] Si veda Rubinstein, M., "Return to Oz", *Risk*, November 1994, 67-70.

$$(S_1 d_1,\ S_2 C)$$

$$(S_2 d_1, S_2 D)$$

dove

$$u_1 = e^{\left(r - q_1 - \sigma_1^2/2\right)\Delta t + \sigma_1\sqrt{\Delta t}}$$

$$d_1 = e^{\left(r - q_1 - \sigma_1^2/2\right)\Delta t - \sigma_1\sqrt{\Delta t}}$$

$$A = e^{r - q_2 - \sigma_2^2/2 + \sigma_2\sqrt{\Delta t}\left(\rho + \sqrt{1-\rho^2}\right)}$$

$$B = e^{r - q_2 - \sigma_2^2/2 + \sigma_2\sqrt{\Delta t}\left(\rho - \sqrt{1-\rho^2}\right)}$$

$$C = e^{r - q_2 - \sigma_2^2/2 - \sigma_2\sqrt{\Delta t}\left(\rho - \sqrt{1-\rho^2}\right)}$$

$$D = e^{r - q_2 - \sigma_2^2/2 - \sigma_2\sqrt{\Delta t}\left(\rho + \sqrt{1-\rho^2}\right)}.$$

Quando la correlazione è nulla, questo metodo equivale a costruire alberi separati per S_1 e S_2 con la procedura esposta per gli alberi binomiali nel Paragrafo 16.5.

Aggiustamento delle Probabilità

Un terzo approccio per costruire un albero a tre dimensioni per S_1 e S_2 consiste nell'assumere l'assenza di correlazione tra le variabili per poi aggiustare le probabilità in ciascun nodo in modo da tener conto della correlazione.[18] Per costruire gli alberi binomiali relativi a S_1 e S_2, utilizziamo la procedura esposta nel Paragrafo 16.5, in cui le probabilità associate ai diversi rami sono tutte uguali a 0,5. Quando i due alberi binomiali vengono combinati tra loro, assumendo che le variabili non siano correlate, le probabilità dell'albero a tre dimensioni sono le seguenti:

	Variazione di S_1	
Variazione di S_2	*Giù*	*Su*
Su	0,25	0,25
Giù	0,25	0,25

Le probabilità aggiustate per tener conto della correlazione sono le seguenti:

[18] Quest'approccio è stato proposto, nel contesto degli alberi per i tassi d'interesse, da Hull, J. C. e White, A., "Numerical Procedures for Implementing Term Structure Models II: Two-Factor Models", *Journal of Derivatives*, Winter 1994, 37-48.

	Variazione di S_1	
Variazione di S_2	*Giù*	*Su*
Su	$0{,}25(1-\rho)$	$0{,}25(1+\rho)$
Giù	$0{,}25(1+\rho)$	$0{,}25(1-\rho)$

18.6 ALBERI IMPLICITI

Nel Capitolo 17 abbiamo visto i *volatility smiles* che vengono utilizzati comunemente quando si tratta di valutare le opzioni ordinarie (europee ed americane). Una questione fondamentale per gli operatori riguarda il trattamento dei *volatility smiles* nella valutazione delle opzioni esotiche. Sfortunatamente, non esiste alcun modo semplice per dedurre, dai *volatility smiles* utilizzati per valutare le opzioni ordinarie, le volatilità appropriate per la valutazione delle opzioni esotiche. Il valore di una opzione esotica può dipendere da aspetti della distribuzione probabilistica del prezzo di un titolo che sono diversi da quelli rilevanti per le opzioni ordinarie.

Con gli alberi impliciti, gli operatori riescono a tener conto dei *volatility smiles* e delle *term structures* delle volatilità nella valutazione delle opzioni esotiche.

In uno degli approcci più comuni per la valutazione delle opzioni esotiche, il consueto modello di comportamento dei prezzi delle azioni

$$dS = (r-q)S\,dt + \sigma S\,dz$$

viene sostituito da

$$dS = [r(t)-q(t)]S\,dt + \sigma(S,t)S\,dz$$

dove $r(t)$, il tasso *forward* istantaneo per la scadenza t, e $q(t)$, il *dividend yield*, sono funzioni del tempo. La volatilità, $\sigma(S, t)$, è funzione di S e di t ed è coerente con il *volatility smile* e con la *term structure* delle volatilità. Dupire e Andersen & Brotherton-Ratcliffe hanno dimostrato che $\sigma(S, t)$ può essere calcolato analiticamente:[19]

$$[\sigma(X,t)]^2 = 2\frac{\partial c/\partial t + q(t)c + X[r(t)-q(t)]\partial c/\partial X}{X^2\left(\partial^2 c/\partial X^2\right)} \tag{18.4}$$

dove $c(X, t)$ è il prezzo di una *call* europea con prezzo d'esercizio X e scadenza t. Se sono disponibili le quotazioni di un numero sufficientemente ampio di *calls* europee, quest'equazione può essere utilizzata per stimare la funzione $\sigma(S, t)$.

Andersen e Brotherton-Ratcliffe hanno implementato questo modello utilizzando l'Equazione (18.4) congiuntamente al metodo implicito delle differenze implicite. Un altro approccio, noto come metodologia degli alberi impliciti (*implied*

[19] Si vedano Dupire, B., "Pricing with a Smile", *Risk*, February 1994, 18-20; Andersen, L. B. G. e Brotherton-Ratcliffe, R., "The Equity Option Volatility Smile: An Implicit Finite Difference Approach", *Journal of Computational Finance*, 1, 2 (Winter 1997-8), 3-37. Dupire considera il caso in cui r e q sono nulli, mentre Andersen e Brotherton-Ratcliffe considerano il caso più generale.

trees) è stato suggerito da Derman e Kani e da Rubinstein.[20] Si tratta di costruire un albero per il prezzo dell'azione che risulti coerente con le quotazioni delle opzioni.

Negli alberi impliciti, la posizione dei nodi alla fine di ogni intervallo e le probabilità assegnate ai diversi rami vengono determinate con l'induzione in avanti. Come nel caso degli alberi binomiali ordinari, dal j-esimo nodo al tempo $(n - 1)\Delta t$ si passa al $(j + 1)$-esimo o al j-esimo nodo al tempo $n\Delta t$. Per comprendere il tipo di approccio, si noti che il numero dei nodi al tempo $n\Delta t$ è pari a $n + 1$.[21] Supponiamo che l'albero sia già stato costruito fino al tempo $(n - 1)\Delta t$. A questo punto

1. si scelgono le posizioni degli $n + 1$ nodi al tempo $n\Delta t$;
2. si scelgono le n probabilità di rialzo per i rami relativi al periodo tra $(n - 1)\Delta t$ e $n\Delta t$ (le probabilità di ribasso sono pari a 1 meno le probabilità di rialzo).

Queste scelte consentono $2n + 1$ gradi di libertà.

Si assume che il tasso d'interesse per il periodo compreso tra $(n - 1)\Delta t$ e $n\Delta t$ sia pari al tasso *forward*. Il tasso di rendimento atteso dell'azione in ciascuno dei nodi del tempo $(n - 1)\Delta t$ deve essere pari a questo tasso d'interesse. Si utilizzano così n gradi di libertà. L'albero viene quindi costruito in modo tale da assicurare che n opzioni di stile europeo con scadenza al tempo $n\Delta t$ siano valutate correttamente. Queste opzioni hanno prezzi d'esercizio uguali ai prezzi dell'azione nei nodi del tempo $(n - 1)\Delta t$.[22] Si utilizzano così altri n gradi di libertà. L'ultimo grado di libertà viene utilizzato per assicurarsi che l'albero risulti centrato rispetto al prezzo corrente dell'azione.

I vincoli che sono stati menzionati portano alla determinazione di un sistema di $2n + 1$ equazioni in $2n + 1$ incognite. Risolvendo questo sistema, siamo in grado di avanzare di uno stadio nella costruzione dell'albero. Un problema con quest'approccio è che a volte si determinano probabilità negative. Se una particolare probabilità risulta negativa, è necessario introdurre una regola per non tener conto dell'opzione il cui prezzo è responsabile della probabilità negativa.

Gli approcci brevemente descritti in questo paragrafo consentono di valutare le opzioni esotiche in modo coerente con le opzioni ordinarie attivamente negoziate ma hanno l'inconveniente di insistere troppo sul modello ad un fattore. L'albero è costruito in modo da essere coerente con il *volatility smile* e con la *term structure* delle volatilità osservati oggi sul mercato. Però, lo stesso albero implica, per il futuro, *volatility smiles* e *term structures* delle volatilità che possono essere molto diversi da quelli di oggi. Occorre quindi fare attenzione quando l'albero implicito è usato per valutare contratti che dipendono dalle volatilità che saranno osservate in futuro.[23]

---

[20] Si vedano Derman, E. e Kani, I., "The Volatility Smile and Its Implied Tree", *Quantitative Strategies Publications*, Goldman Sachs, January 1994; Derman, E. e Kani, I., "Riding on a Smile", *Risk*, February 1994, 32-9; Rubinstein, M., "Implied Binomial Trees", *Journal of Finance*, 49, 3 (July 1994), 771-818.

[21] La breve descrizione metodologica degli alberi impliciti che viene fatta in questo paragrafo si basa sui lavori di E. Derman e I. Kani.

[22] In pratica, è necessario interpolare le volatilità implicite delle opzioni attivamente negoziate per determinare le volatilità implicite delle opzioni usate per costruire l'albero. Queste volatilità implicite vengono poi convertite nei prezzi delle opzioni usando le formule Black-Scholes.

[23] Ad esempio, le opzioni *forward start* e le opzioni composte sono contratti che dipendono dai *volatility smiles* e dalle *term structures* delle volatilità che verranno osservati in un futuro istante di tempo.

18.7 ARGOMENTI IN TEMA DI COPERTURE

Prima di negoziare opzioni esotiche, è importante che le istituzioni finanziarie affrontino non solo i problemi di valutazione ma anche quelli di copertura. A tal fine si può usare l'approccio generale del Capitolo 13 per il monitoraggio del delta, del gamma, del vega e così via.

Alcune opzioni esotiche sono più facili da coprire con l'attività sottostante rispetto alle corrispondenti opzioni ordinarie. Un esempio è dato dalle opzioni *average price*, quando il periodo di calcolo della media coincide con l'intera vita dell'opzione e l'attività sottostante è rappresentata dal prezzo di un'azione. Con il passare del tempo cresce il numero delle osservazioni che andranno a formare la media sulla quale si basa il valore finale dell'opzione. Ciò vuol dire che la nostra incertezza circa il valore finale dell'opzione diminuisce con il passare del tempo. Ne segue che l'opzione diventa sempre più facile da coprire. Negli ultimi giorni, il delta dell'opzione tende sempre a zero dal momento che il movimento dei prezzi negli ultimi giorni ha un impatto molto piccolo sul valore finale dell'opzione.

In alcuni casi, le opzioni con barriera possono essere molto più difficili da coprire rispetto alle opzioni ordinarie. Si considerino le *down-and-out calls* su valute quando il tasso di cambio si trova a 0,0005 sopra la barriera. Se la barriera viene toccata l'opzione non vale nulla. Se la barriera non viene toccata l'opzione può avere un valore considerevole. In questa situazione, il delta dell'opzione è discontinuo alla barriera e la copertura con le tecniche convenzionali è difficile. Spesso è più appropriato l'approccio che verrà esposto nel prossimo paragrafo.

18.8 REPLICA STATICA DELLE OPZIONI

Per coprire una posizione su opzioni si deve replicare la posizione opposta. La procedura descritta nel Capitolo 13 è quella della cosiddetta «replica dinamica delle opzioni». Si tratta di ribilanciare frequentemente un portafoglio, con costi di transazione che possono essere rilevanti.

Un altro approccio per la copertura delle opzioni esotiche è quello della «replica statica delle opzioni».[24] Si tratta di cercare un portafoglio di opzioni attivamente negoziate che replichino approssimativamente una certa opzione esotica. La copertura è rappresentata dalla vendita di questo portafoglio. Il principio fondamentale sottostante la replica statica delle opzioni è il seguente. Se due portafogli hanno uguale valore in un certo contorno, hanno uguale valore anche in tutti i punti al suo interno.

Si consideri, ad esempio, una *up-and-out call* con scadenza tra 9 mesi, prezzo d'esercizio di \$50 e barriera a \$60. L'opzione è scritta su un titolo che non paga dividendi, il prezzo corrente dell'azione è di \$50, il tasso privo di rischio è del 10 per cento annuo e la volatilità è del 30 per cento annuo. Si supponga che $f(S, t)$ sia il valore dell'opzione al tempo t se il prezzo dell'azione è S. Per ottenere il portafoglio equivalente all'opzione, possiamo utilizzare un qualsiasi contorno nello spazio (S, t). Nella Figura 18.9 è indicato il contorno che conviene scegliere, definito da $S = \$60$ e $t = 0,75$. I valori che la *up-and-out call* assume lungo il contorno sono:

[24] Si veda Derman, E., Ergener, D. e Kani, I., "Static Options Replication", *Journal of Derivatives*, 2, 4 (Summer 1995), 78-95.

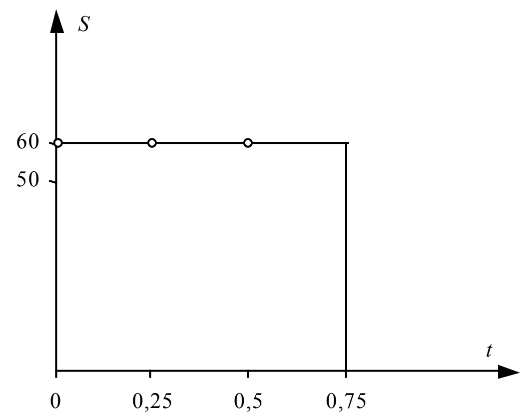


Figura 18.9 Condizioni al contorno utilizzate nell'esempio sulla replica statica di un'opzione.

$$f(S,\ 0{,}75) = \max(S - \$50,\ 0) \quad \text{quando } S < \$60;$$
$$c(\$60,\ t) = 0 \qquad \text{quando } 0 \leq\ t < \$0{,}75.$$

Esistono diversi modi in cui possiamo replicare questo contorno facendo uso di opzioni standard. Lo strumento più naturale per replicare il primo contorno è rappresentato da una *call* europea standard con prezzo d'esercizio di \$50. Pertanto, è probabile che il primo strumento che decidiamo di inserire nel portafoglio equivalente sia rappresentato da un'unità di quest'opzione (quest'opzione verrà chiamata opzione *A*). Un modo per continuare a costruire il portafoglio equivalente è il seguente. Dividiamo la vita dell'opzione in un certo numero di intervalli e scegliamo le opzioni che, all'inizio di ciascun intervallo, soddisfano la seconda condizione al contorno.

Supponiamo di usare intervalli trimestrali e di procedere all'indietro dal terzo al primo. Il secondo strumento da inserire nel portafoglio equivalente deve soddisfare il secondo contorno al tempo $t = 0{,}5$. In altri termini, deve far sì che il valore del portafoglio equivalente sia nullo quando $t = 0{,}5$ e $S = \$60$. Inoltre, il valore di quest'opzione dovrebbe essere nullo nel primo contorno dato che il primo contorno è già stato soddisfatto dall'opzione *A*. Una possibilità è quella di scegliere una *call* europea standard a 9 mesi con prezzo d'esercizio di \$60 (quest'opzione verrà chiamata opzione *B*). In base alla formula di Black e Scholes, il suo valore per $t = 0{,}5$ e $S = \$60$ è pari a \$4,33 mentre il valore dell'opzione *A* allo stesso punto (\$60, 0,5) è pari a \$11,54. Pertanto, affinché il valore del portafoglio equivalente sia nullo, la posizione sull'opzione *B* deve essere pari a –\$11,54/\$4,33 = –2,66 unità.

Cerchiamo ora di soddisfare il secondo contorno al tempo $t = 0{,}25$. L'opzione dovrebbe avere un valore nullo in tutti e due i contorni finora considerati. Una possibilità è quella di scegliere una *call* europea standard a 6 mesi con prezzo d'esercizio di \$60. (Quest'opzione verrà chiamata opzione *C*). Il suo valore nel punto (\$60, 0,25) è pari a \$4,33. In questo punto, la nostra posizione sulle opzioni *A* e *B* vale –\$4,21 (= \$13,22 – 2,66 × 6,54). Pertanto, la posizione sull'opzione *C* deve essere pari a \$4,21/\$4,33 = 0,97 unità.

Tavola 18.1 Portafoglio di *calls* europee standard utilizzato per replicare una *up-and-out call*.

Opzione	*Prezzo d'esercizio*	*Scadenza (anni)*	*Posizione*	*Valore iniziale*
A	50	0,75	1,00	6,99
B	60	0,75	-2,66	-8,21
C	60	0,50	0,97	1,78
D	60	0,25	0,28	0,17

Infine, cerchiamo di soddisfare il secondo contorno al tempo $t = 0$. Scegliamo una *call* europea standard a 3 mesi con prezzo d'esercizio di \$60 (quest'opzione verrà chiamata opzione D). La posizione sull'opzione D sarà pari a \$1,22/\$4,33 = 0,28 unità, essendo il valore della nostra posizione sulle opzioni A, B e C pari a –\$1,22 (=\$14,77 – 2,66 × 8,39 + 0,97 × 6.54).

Il portafoglio scelto è riportato nella Tavola 18.1. Vale \$0,73 al tempo 0, quando il prezzo dell'azione è di \$50. Questo valore va confrontato con il valore di \$0,31 che si può calcolare in base alla formula analitica della *up-and-out call* riportata nel Paragrafo 18.1. Il portafoglio equivalente è più caro della *up-and-out call* perché l'opzione viene replicata in soli tre punti del secondo contorno. Se usiamo lo stesso schema ma la replichiamo in 18 punti del secondo contorno (utilizzando opzioni che scadono ogni mezzo mese), il valore del portafoglio equivalente si riduce a \$0,38. Se la replichiamo in 100 punti, il valore del portafoglio equivalente si riduce ulteriormente a \$0,32.

Per coprire una posizione su un derivato, vendiamo il portafoglio che replica le sue condizioni al contorno. Il vantaggio di quest'approccio, rispetto al *delta hedging*, è che non richiede frequenti ribilanciamenti. L'approccio della replica statica può essere usato per un'ampia varietà di derivati. L'utente ha molti gradi di libertà nella scelta del contorno che deve essere replicato e delle opzioni da utilizzare. Il portafoglio deve essere liquidato quando una qualsiasi parte del contorno viene raggiunta.

SOMMARIO

Le opzioni esotiche sono opzioni il cui valore finale dipende da regole più complesse rispetto a quelle delle opzioni ordinarie. Abbiamo visto 13 categorie di opzioni esotiche: *packages*, opzioni americane fuori standard, opzioni *forward start*, opzioni composte, opzioni *chooser*, opzioni con barriera, opzioni binarie, opzioni *lookback*, opzioni *shout*, opzioni asiatiche, opzioni di scambio, opzioni arcobaleno e opzioni su panieri. Alcune possono essere valutate usando semplici estensioni delle procedure che abbiamo sviluppato per le *calls* e le *puts* europee ed americane; altre possono essere valutate analiticamente ma usando formule più complesse rispetto a quelle delle *calls* e *puts* europee; altre ancora richiedono speciali procedure numeriche.

La tecnica più naturale per la valutazione delle opzioni *path-dependent* è il metodo Monte Carlo. Questo metodo ha però lo svantaggio di essere piuttosto lento e di non poter essere utilizzato facilmente per valutare i derivati di stile americano. Fortunatamente, per valutare diversi tipi di derivati *path-dependent* si possono utilizzare

gli alberi. L'approccio consiste nello scegliere dei valori rappresentativi della funzione-sentiero sottostante in ogni nodo dell'albero e nel calcolare il valore del derivato per ciascuno di questi valori della funzione-sentiero via via che si torna indietro nell'albero.

Le opzioni *lookback* possono essere trattate in modo più semplice rispetto alle altre opzioni *path-dependent*. Invece di costruire un albero che rappresenti le possibili evoluzioni del prezzo dell'azione sottostante, si costruisce un albero che rappresenta la possibile evoluzione di una variabile che è il rapporto tra il prezzo massimo (o minimo) e il prezzo corrente dell'azione. L'opzione viene quindi valutata in termini del prezzo dell'azione piuttosto che in dollari.

Le opzioni asiatiche possono essere valutate approssimando la distribuzione del prezzo medio con una distribuzione log-normale che ha i primi due momenti uguali a quelli, calcolabili analiticamente, della distribuzione effettiva.

Per valutare diversi tipi di opzioni con barriera si possono utilizzare gli alberi, ma la convergenza del valore stimato verso quello effettivo, al crescere del numero degli intervalli, tende ad essere lenta. Un approccio per migliorare la convergenza è quello di modificare la geometria dell'albero in modo che i nodi si trovino sempre a coincidere con le barriere. Un altro approccio è quello di interpolare le stime ottenute per tener conto del fatto che la barriera usata dall'albero è diversa da quella effettiva. Un terzo approccio consiste nel disegnare un albero che offra una rappresentazione più dettagliata delle variazioni del prezzo dell'azione in prossimità della barriera.

Un modo per valutare le opzioni che dipendono dai prezzi di due attività correlate è quello di usare una trasformazione per creare due nuove variabili non correlate tra loro. Ciascuna di queste due variabili viene modellata con un albero binomiale. Gli alberi binomiali vengono quindi combinati tra loro per formare un albero a tre dimensioni. Ad ogni nodo dell'albero, si usa la trasformazione inversa per ottenere i prezzi delle due attività correlate. Un secondo approccio è quello di modificare la posizione dei nodi nell'albero a tre dimensioni per tener conto della correlazione. Un terzo approccio è quello di costruire un albero a tre dimensioni nell'ipotesi di correlazione nulla tra le variabili per poi aggiustare le probabilità associate ai diversi rami in modo da tener conto della correlazione.

A volte, le opzioni esotiche vengono valutate costruendo, per il prezzo dell'attività sottostante, un modello ad un fattore che sia coerente con il *volatility smile* e con la *term structure* delle volatilità osservati per le opzioni ordinarie. In questo modo si cerca di assicurare che i prezzi delle opzioni esotiche siano coerenti con i prezzi delle opzioni ordinarie.

In alcuni casi, la copertura delle opzioni esotiche è più facile rispetto a quella delle corrispondenti opzioni ordinarie; in altri casi è più difficile. In genere, le opzioni asiatiche sono più facili da coprire perché il loro valore finale diventa sempre meno incerto via via che ci si avvicina della scadenza. Le opzioni con barriera possono essere più difficili da coprire perché, in prossimità della barriera, il delta può essere discontinuo. Un approccio per coprire le opzioni esotiche, noto come replica statica delle opzioni, consiste nel trovare un portafoglio di opzioni ordinarie il cui valore sia uguale a quello dell'opzione esotica in un certo contorno. L'opzione esotica viene quindi coperta vendendo questo portafoglio.

SUGGERIMENTI PER ULTERIORI LETTURE

ANDERSEN, L. B. G. e BROTHERTON-RATCLIFFE, R., "The Equity Option Volatility Smile: An Implicit Finite Difference Approach", *Journal of Computational Finance*, 1, 2 (Winter 1997-8), 3-37.

BOYLE, P. P., EVNINE, J. e GIBBS, S., "Numerical Evaluation of Multivariate Contingent Claims", *Review of Financial Studies*, 2, 2 (1989), 241-50.

BOYLE, P. P. e LAU, S. H., "Bumping Up Against the Barrier with the Binomial Method", *Journal of Derivatives*, 1, 4 (Summer 1994), 6-14.

BROADIE, M., GLASSERMAN, P. e KOU, S. G., "A Continuity Correction for Discrete Barrier Options", *Mathematical Finance*, 7, 4 (October 1997), 325-49.

BROADIE, M., GLASSERMAN, P. e KOU, S. G., "Connecting Discrete and Continuous Path-Dependent Options", *Finance and Stochastics*, 2 (1998), 1-28.

CLEWLOW, L. e STRICKLAND, C., *Exotic Options: The State of the Art*. London: Thomson Business Press, 1997.

CONZE, A. e VISWANATHAN, R. , "Path Dependent Options: The Case of Lookback Options", *Journal of Finance*, 46 (1991), 1893-907.

CURRAN, M., "Beyond Average Intelligence", *Risk*, October 1992, 60-2.

DERMAN, E., ERGENER, D. e KANI, I., "Static Options Replication", *Journal of Derivatives*, 2, 4 (Summer 1995), 78-95.

DERMAN, E., KANI, I. e CHRISS, N., "Implied Trinomial Trees of the Volatility Smile", *Journal of Derivatives*, 3, 4 (Summer 1996), 7-22.

GARMAN, M. B., "Recollection in Tranquillity", *Risk*, March 1989, 16-9.

GESKE, R., "The Valuation of Compound Options", *Journal of Financial Economics*, 7 (1979), 63-81.

GOLDMAN, B., SOSIN, H. e GATTO, M. A., "Path-Dependent Options: Buy at the Low, Sell at the High", *Journal of Finance*, 34 (December 1979), pp. 1111-27.

HUDSON, M., "The Value of Going Out", *Risk*, March 1991, 29-33.

HULL, J. C. e WHITE, A., "Efficient Procedures for Valuing European and American Path-Dependent Options", *Journal of Derivatives*, (Fall 1993), 21-31.

HULL, J. C. e WHITE, A., "Finding the Keys", *Risk*, (September 1993), 109-12.

JOHNSON, H. E., "Options on the Maximum and Minimum of Several Assets", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22, 3 (September 1987), 277-83.

KEMNA, A. e VORST, A. "A Pricing Method for Options Based on Average Asset Values", *Journal of Banking and Finance*, 14 (March 1990), 113-29.

LEVY, E., "Pricing European Average Rate Currency Options", *Journal of International Money and Finance*, 11 (1992), 474-91.

LEVY, E. e TURNBULL, S. M., "Average Intelligence", *Risk*, (February 1992), 53-9.

MARGRABE, W., "The Value of an Option to Exchange One Asset for Another", *Journal of Finance*, 33 (March 1978), 177-86.

MILEVSKY, M. A. e POSNER, S. E., "Asian Options: The Sum of Lognormals and the Reciprocal Gamma Distribution", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 33, 3 (September 1998), 409-22.

RITCHKEN, P., SANKARASUBRAMANIAN, L. e VIJH, A. M., "The Valuation of Path Dependent Contracts on the Average", *Management Science*, 39 (1993), 1202-13.

RITCHKEN, P., "On Pricing Barrier Options", *Journal of Derivatives*, 3, 2 (Winter 1995), 19-28.

RUBINSTEIN, M., "Pay Now, Choose Later", *Risk*, (February 1991), 44-7.

RUBINSTEIN, M., "Options for the Undecided", *Risk*, (April 1991), 70-3.

RUBINSTEIN, M., "Two in One", *Risk*, (May 1991), 49.

RUBINSTEIN, M., "One for Another", *Risk*, (July-August 1991), 30-2.

RUBINSTEIN, M., "Somewhere Over the Rainbow", *Risk*, (November 1991), 63-6.

RUBINSTEIN, M., "Double Trouble", *Risk*, (December 1991-January 1992), 53-6.

RUBINSTEIN, M. e Reiner, E. "Breaking Down the Barriers", *Risk*, (September 1991), 28-35.

RUBINSTEIN, M. e Reiner, E. "Unscrambling the Binary Code", *Risk*, (October 1991), 75-83.

STULZ, R. M., "Options on the Minimum or Maximum of Two Assets", *Journal of Financial Economics*, 10 (1982), 161-85.

TURNBULL, S. M. e WAKEMAN, L. M., "A Quick Algorithm for Pricing European Average Options", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 26 (September 1991), 377-89.

DOMANDE E PROBLEMI

(le risposte si trovano nel *Manuale delle Soluzioni*)

18.1. Spiegate la differenza tra un'opzione *forward start* e un'opzione *chooser*.

18.2. Descrivete il valore finale della combinazione di una *lookback call* e di una *lookback put*.

18.3. Considerate un'opzione *chooser* il cui compratore ha il diritto di scegliere tra una *call* e una *put* europee in un qualsiasi momento durante i prossimi 2 anni. La scadenza e il prezzo d'esercizio della *call* e della *put* restano invariati per tutto il periodo in cui la scelta può essere fatta. È mai ottimale scegliere prima della fine dei 2 anni? Spiegate la vostra risposta.

18.4. Supponete che c_1 e p_1 siano i prezzi di una *call* e di una *put* europea *average price* con prezzo d'esercizio X e scadenza T, che c_2 e p_2 siano i prezzi di una *call* e di una *put* europea *average strike* con scadenza T e che c_3 e p_3 siano i prezzi di una *call* e di una *put* europea ordinaria con prezzo d'esercizio X e scadenza T. Dimostrate che:

$$c_1 + c_2 - c_3 = p_1 + p_2 - p_3.$$

18.5. Nel testo è stata presentata una particolare scomposizione dell'opzione *chooser* in una *call* con scadenza al tempo t_2 e in una *put* con scadenza al tempo t_1. Ricavate un'altra scomposizione in una *call* con scadenza al tempo t_1 e in una *put* con scadenza al tempo t_2.

18.6. Nel Paragrafo 18.1 sono state presentate due formule per le *down-and-out calls*. La prima si applica nel caso in cui la barriera, H, è minore o uguale al prezzo d'esercizio, X. La seconda si applica nel caso in cui $H \geq X$. Dimostrate che le due formule sono uguali quando $H = X$.

18.7. Spiegate perché una *down-and-out put* vale zero quando la barriera è maggiore del prezzo d'esercizio.

18.8. Usate un albero a tre intervalli per valutare una *lookback call* americana, scritta su una valuta, quando il tasso di cambio è di \$1,6, il tasso d'interesse interno privo di rischio è del 5 per cento annuo, il tasso d'interesse estero privo di rischio è dell'8 per cento annuo, la volatilità del tasso di cambio è del 15 per cento annuo e la scadenza è di 18 mesi. Usate l'approccio del Paragrafo 18.2.

18.9. Ripetete il Problema 18.8 usando l'approccio del Paragrafo 18.3.

18.10. Usate un albero a tre intervalli per valutare una *put* americana, scritta sulla media geometrica dei prezzi di un titolo che non paga dividendi, quando il prezzo del titolo è di

$40, il prezzo d'esercizio è di $40, il tasso d'interesse privo di rischio è del 10 per cento annuo, la volatilità è del 35 per cento annuo e la scadenza è di 3 mesi. La media geometrica viene calcolata da oggi fino alla scadenza dell'opzione.

18.11. Supponete che il prezzo d'esercizio di una *call* americana, scritta su un titolo che non paga dividendi, cresca al tasso g. Dimostrate che, se g è minore del tasso privo di rischio r, non è mai ottimale esercitare la *call* anticipatamente.

18.12. Come si può calcolare il valore di una *forward start put*, scritta su un titolo che non paga dividendi, se si è d'accordo che, nel momento in cui l'opzione ha inizio, il prezzo di esercizio supererà del 10 per cento il prezzo dell'azione?

18.13. Se il prezzo di un'azione segue un moto geometrico Browniano, quale processo viene seguito da $A(t)$, dove $A(t)$ è la media aritmetica del prezzo dell'azione tra il tempo zero e il tempo t?

18.14. Spiegate perché le opzioni asiatiche sono molto più semplici da coprire con il *delta hedging* rispetto alle opzioni ordinarie.

18.15. Calcolate il prezzo di un'opzione europea ad 1 anno che consente di ottenere un'oncia di oro in cambio di 100 once di argento. I prezzi correnti dell'oro e dell'argento sono di $380 e $4, rispettivamente, il tasso d'interesse privo di rischio è del 10 per cento annuo, la volatilità di ciascuna merce è del 20 per cento annuo e la correlazione tra i due prezzi è di 0,7. Trascurate i costi di immagazzinamento.

18.16. Un'opzione europea *down-and-out* scritta sul prezzo *spot* di una certa attività ha lo stesso valore di un'opzione europea *down-and-out* scritta sul prezzo *futures* della stessa attività quando la scadenza del contratto *futures* è uguale a quella dell'opzione?

18.17. **(a)** Qual è la *put-call parity* tra il prezzo di una *call* ed una *put* europee, scritte sul prezzo di una *call*? Dimostrate che le formule presentate nel testo soddisfano questa relazione.
(b) Qual è la *put-call parity* tra il prezzo di una *call* ed una *put* europee, scritte sul prezzo di una *put*? Dimostrate che le formule presentate nel testo soddisfano questa relazione.

18.18. Il valore di una *lookback call* aumenta o diminuisce al crescere della frequenza con la quale si osserva il prezzo dell'azione sottostante per calcolarne il minimo?

18.19. Il valore di una *down-and-out call* aumenta o diminuisce al crescere della frequenza con la quale si osserva il prezzo dell'azione sottostante per determinare se la barriera è stata raggiunta o meno? Qual è la risposta a questa domanda nel caso di una *down-and-in call*?

18.20. Spiegate perché una *call* europea ordinaria equivale alla somma di una *call* europea *down-and-out* ed una *call* europea *down-and-in*. Quest'affermazione è valida anche per le *calls* americane?

18.21. Qual è il valore di un derivato che paga $100 tra 6 mesi se lo S&P 500 è maggiore di $1.000 e zero altrimenti? Il livello corrente dell'indice è di $960, il tasso privo di rischio è dell'8 per cento annuo, il *dividend yield* dell'indice è del 3 per cento annuo e la volatilità dell'indice è del 20 per cento.

18.22. Una *down-and-out call* a 3 mesi, scritta sul contratto *futures* sull'argento, ha un prezzo d'esercizio di $20 per oncia e la barriera a $18. Il prezzo *futures* corrente è di $19, il tasso d'interesse privo di rischio è del 5 per cento annuo e la volatilità del prezzo *futures* dell'argento è del 40 per cento annuo. Spiegate come funzione quest'opzione e calcolatene il valore corrente. Qual è il valore della corrispondente *call* ordinaria scritta sul prezzo *futures* dell'argento? Qual è il valore della corrispondente *down-and-in call* scritta sul prezzo *futures* dell'argento?

18.23. Una *lookback call* di stile europeo, scritta su un indice azionario, ha una vita residua di 9 mesi. Il livello corrente dell'indice è di $400, il tasso privo di rischio è del 6 per cento annuo, il *dividend yield* dell'indice è del 4 per cento annuo e la volatilità dell'indice è del 20 per cento. Usate l'approccio del Paragrafo 18.3 per valutare l'opzione e confrontate la vostra risposta con il risultato ottenuto da DerivaGem in base alla formula di valutazione analitica.

18.24. Stimate il valore corrente di una *average price call* di stile europeo, con scadenza tra 6 mesi, scritta su un titolo che non paga dividendi. Il prezzo corrente dell'azione è di \$30, il prezzo d'esercizio è di \$30, il tasso d'interesse privo di rischio è del 5 per cento annuo e la volatilità dell'azione è del 30 per cento annuo.

ESERCIZI

18.25. Qual è il valore in dollari di un derivato che paga £10.000 tra 1 anno se il tasso di cambio dollaro/sterlina tra 1 anno è maggiore di \$1,5? Il tasso di cambio corrente è di \$1,48. I tassi d'interesse in dollari e in sterline sono pari, rispettivamente, al 4 e all'8 per cento annuo. La volatilità del tasso di cambio è del 12 per cento annuo.

18.26. Considerate una *up-and-out call*, con scadenza tra un anno e prezzo d'esercizio di \$50, scritta su un titolo che non paga dividendi. La barriera è a \$80. Il prezzo corrente dell'azione è di \$50, il tasso d'interesse privo di rischio è del 5 per cento e la volatilità è del 30 per cento. Utilizzate il *software* DerivaGem per valutare l'opzione e rappresentate graficamente la relazione tra **(a)** il prezzo dell'opzione e il prezzo dell'azione, **(b)** il prezzo dell'opzione e la vita residua, **(c)** il prezzo dell'opzione e la volatilità. Date una spiegazione intuitiva dei risultati che ottenete. Mostrate che il delta, il theta e il vega di una *up-and-out call* possono essere positivi o negativi.

18.27. Considerate una *down-and-out call*, con scadenza tra due anni e prezzo d'esercizio di \$1, scritta su una valuta. La barriera è a \$0,8. Il tasso di cambio corrente è di \$0,9, il tasso d'interesse interno privo di rischio è del 5 per cento, il tasso d'interesse estero privo di rischio è del 6 per cento e la volatilità è del 25 per cento. Utilizzate il *software* DerivaGem per esplorare diverse possibili strategie di replica statica dell'opzione.

APPENDICE 18A

Calcolo dei Primi Due Momenti di Panieri e Medie Aritmetiche

Vediamo innanzitutto come si calcolano i primi due momenti del valore di un paniere ad un futuro istante di tempo T, in un mondo neutrale verso il rischio. Si assume che il prezzo di ogni attività si distribuisca in modo log-normale. Sia

n: numero delle attività;
S_i: valore dell'i-esima attività al tempo T;
F_i: prezzo *forward* dell'i-esima attività per un contratto che scade al tempo T;[1]
σ_i: volatilità dell'i-esima attività tra il tempo 0 e il tempo T;
ρ_{ij}: correlazione tra i tassi di rendimento dell'i-esima e j-esima attività;
P: valore del paniere al tempo T;
M_1: momento primo di P in un mondo neutrale verso il rischio;
M_2: momento secondo di P in un mondo neutrale verso il rischio.

Dato che $P = \sum_{i=1}^{n} S_i$ e $\hat{E}(S_i) = F_i$, dove $\hat{E}$ indica l'aspettativa in un mondo neutrale verso il rischio, ne segue che

$$M_1 = \sum_{i=1}^{n} F_i.$$

Inoltre,

$$P^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} S_i S_j.$$

Per le proprietà delle distribuzioni log-normali, si ha

$$\hat{E}(S_i S_j) = F_i F_j e^{\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j T}.$$

Pertanto

$$M_2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} F_i F_j e^{\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j T}.$$

Vediamo ora come si calcolano i primi due momenti della media aritmetica dei prezzi di un'attività, in un mondo neutrale verso il rischio, quando la media viene calcolata sulla base di osservazioni discrete. Supponiamo che il prezzo dell'attività venga osservato agli istanti di tempo T_i ($1 \le i \le m$). Ridefiniamo le variabili nel modo seguente:

S_i: valore dell' attività al tempo T_i;
F_i: prezzo *forward* dell'esima attività per un contratto che scade al tempo T_i;
σ_i: volatilità implicita di un'opzione sull'attività, con scadenza al tempo T_i;
ρ_{ij}: correlazione tra i tassi di rendimento dell'attività fino a T_i e fino a T_j;

[1] In effetti, F_i dovrebbe essere il prezzo *futures* piuttosto che il prezzo *forward*. In pratica, però, gli analisti non fanno differenza tra i due prezzi quando calcolano i momenti.

P: valore della media aritmetica;
M_1: momento primo di P in un mondo neutrale verso il rischio;
M_2: momento secondo di P in un mondo neutrale verso il rischio.

Come prima,

$$M_1 = \sum_{i=1}^{m} F_i.$$

Inoltre,

$$P^2 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} S_i S_j.$$

In questo caso,

$$\hat{E}\left(S_i S_j\right) = F_i F_j e^{\rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \sqrt{T_i T_j}}.$$

Si può dimostrare che quando $i < j$

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_i \sqrt{T_i}}{\sigma_j \sqrt{T_j}}$$

cosicché

$$\hat{E}\left(S_i S_j\right) = F_i F_j e^{\sigma_i^2 T_i}.$$

e

$$M_2 = \sum_{i=1}^{m} F_i^2 e^{\sigma_i^2 T_i} + 2 \sum_{i<j} F_i F_j e^{\sigma_i^2 T_i}.$$

Indice degli Autori

A

Abramowitz, M. · 252
Ahn, D. · 363
Aitchison, J. · 239
Allen, S. L. · 115
Altman, E. I. · 629; 649
Amin, K. · 297; 619
Andersen, L. B. G. · 487; 492; 615; 619
Andreasen, J. · 615
Asay, M. · 337

B

Babbs, S. · 476
Bakshi, G. · 451
Bardhan, I. · 481
Barone-Adesi, G. · 425; 428
Bartter, B. · 216; 427; 566; 596
Baxter, M. · 522
Becker, H. P. · 198
Bhattacharya, M. · 180; 181; 182
Bicksler, J. · 145
Biger, N. · 297
Black, F. · 237; 245; 253; 260; 261; 263; 294; 298; 448; 450; 451; 531; 559; 592; 596; 597; 658
Blattberg, R. · 263
Bodurtha, J. N. · 297; 449; 451
Bollerslev, T. · 372; 385
Bookstaber, R. M. · 198; 337
Boudoukh, J. · 363
Box, G. E. P. · 385
Boyle, P. P. · 337; 427; 479; 492
Brace, A. · 610; 611; 619
Brealey, R. A. · 232
Brennan, M. J. · 427; 571; 596; 602
Brenner, M. · 298
Broadie, M. · 408; 427; 465; 467; 492; 615
Brotherton-Ratcliffe, R. · 414; 427; 487; 492; 559
Brown, J. A. C. · 239
Brown, R. L. · 156
Buhler, W. · 619
Burghardt, G. · 597

C

Cao, C. · 451
Carabini, C. · 62; 78
Carr, P. · 428
Carverhill, A. · 619
Chance, D. M. · 45; 166; 198; 297; 449; 451
Chang, E. C. · 76; 78
Chen, A. H. · 61; 78; 145
Chen, Z. · 451
Cheuk, T. H. F. · 476
Cheyette, O. · 619
Chiang, R. · 115
Chiras, D. P. · 449; 451
Chriss, N. · 492
Clewlow, L. · 426; 492
Conze, A. · 492
Cooper, I. · 649
Cootner, P. H. · 232
Cornell, B. · 61; 77
Courtadon, G. R. · 297; 298; 427; 449; 451; 596
Cox, D. R. · 232
Cox, J. C. · 78; 85; 166; 201; 214; 216; 263; 388; 390; 404; 427; 428; 444; 445; 450; 477; 483; 504; 522; 570; 586; 596; 598
Crosbie, P. · 632
Culp, C. L. · 42; 46
Cumby, R. · 385
Curran, M. · 413; 427; 492

D

Das, S. · 632; 649
Degler, W. H. · 198
Dempster, M. A. H. · 427

Derman, E · 450; 481; 487; 489; 492; 592; 596
Dillman, S. · 337
Dowd, K. · 363
Drezner, Z. · 272
Duan, J.-C. · 447; 451
Duffie, D. · 46; 66; 363; 522; 601; 619; 649
Dumas, B. · 451
Dupire, B. · 451; 487
Dusak, K. · 76; 78

E

Easterwood, J. C. · 116
Edelberg, C. · 337
Ederington, L. H. · 46; 650
Emanuel, D. · 337
Embrechts, P. · 356; 363
Engle, R. · 377; 384
Engle, R. F. · 370; 385; 386
Ergener, D. · 481; 489; 492
Etzioni, E. S. · 337
Evnine, J. · 492

F

Fabozzi, F. J. · 115
Fama, E. F. · 256; 263
Feller, W. · 232
Fernandes, C. · 646; 650
Figlewski, S. · 115; 337; 385; 406; 427; 482; 483; 666
Flannery, B. P. · 376; 414; 427; 593
Fleming, J. · 451
Franckle, C. T. · 46
French, D. W. · 257
French, K. R. · 61; 77; 256
Frye, J. · 358; 363

G

Galai, D. · 180; 182; 253; 337; 448; 451
Gao, B. · 406; 427; 482; 483; 666
Garman, M. B. · 297; 466; 492; 522
Gatarek, D. · 610; 611; 619
Gatto, M. A. · 466; 492
Gay, G. D. · 115
Geske, R. · 260; 261; 263; 271; 428; 443; 451; 461; 492
Gibbs, S. · 492
Glasserman, P. · 408; 427; 465; 467; 492; 615
Goldman, B. · 466; 492
Gonedes, N. · 263
Gould, J. P. · 180; 182
Grabbe, J. O. · 297
Gray, R. W. · 76; 78

H

Harding, J. · 337
Harrison, J. M. · 522
Harvey, C. R. · 451
Hasbrook, J. · 385
Heath, D. · 605; 606; 608; 619
Hendricks, D. · 363
Hennigar, E. · 116
Heston, S. L. · 447; 451
Hicks, J. · 74; 78
Hill, J. M. · 46
Hilliard, J. E. · 298
Ho, T. S. Y. · 428; 572; 597
Hopper, G. · 363
Horn, F. F. · 46
Hoskins, B. · 597
Houthakker, H. S. · 76; 78
Huang, M. · 649
Hudson, M. · 492
Hull, J. C. · 145; 297; 328; 337; 357; 363; 402; 412; 423; 427; 447; 451; 472; 484; 486; 493; 522; 574; 580; 586; 588; 593; 594; 597; 601; 619; 633; 636; 649

I

Iben, B. · 559
Iben, T. · 650
Ingersoll, J. E. · 78; 85; 504; 522; 570; 586; 596; 598
Inui, K. · 619
Ito, K. · 229

J

Jackson, P. · 342; 363
Jackwerth, J. C. · 452
Jain, G. · 408; 427
Jamshidian, F. · 357; 363; 523; 567; 596; 610; 619
Jarrow, R. A. · 78; 297; 428; 605; 606; 608; 619; 633; 649
Jeffrey, A. · 619
Johnson, H. E. · 261; 428; 493; 649
Johnson, L. L. · 46
Johnson, N. L. · 355
Jones, F. J. · 46
Jonkhart, M. J. L. · 650
Jorion, P. · 363

K

Kan, R. · 601; 619
Kane, A. · 386
Kane, E. J. · 78
Kani, I. · 450; 481; 487; 489; 492
Kapner, K. R. · 146
Karasinski, P. · 592; 597
Karlin, S. · 232
Kemna, A. · 468; 493
Keynes, J. M. · 74; 78
Kijima, M. · 597; 619
Kleinstein, A. D. · 115

Klemkosky, R. C. · 115; 180; 181; 182; 448; 452
Kluppelberg, C · 356; 363
Kohlhagen, S. W. · 297
Kolb, R. W. · 46; 115; 167
Kon, S. J. · 263
Kopprasch, R. W. · 199
Kotz, S. · 355
Kou, S. G. · 465; 467; 492
Kreps, D. M. · 522

L

Lando, D. · 649
Langsam, J. A. · 337
Lasser, D. J. · 115
Latainer, G. O. · 337
Lau, S. H. · 479; 492
Lauterbach, B. · 253; 452
Layard-Liesching, R. · 145
Lee, M. · 446
Lee, S. B. · 572; 597
Leland, H. E. · 334; 337
Levy, E. · 493
Li, A. · 559; 597
Litterman, R. · 650
Litzenberger, R. H. · 146
Ljung, G. M. · 385
Longstaff, F. A. · 408; 427; 571; 596; 615

M

MacBeth, J. D. · 449; 452
MacMillan, L. W. · 425; 428
Maloney, K. J. · 650
Manaster, S. · 449; 451
Margrabe, W. · 78; 470; 493
Markowitz, H. · 345
Marshall, J. F. · 146
Maude, D. J. · 342; 363
McMillan, L. G. · 167; 198
Melick, W. R. · 452
Mello, A. · 649
Merton, R. C. · 183; 237; 263; 276; 297; 442; 446; 451; 457; 630; 632; 650; 652; 667
Merville, L. J. · 449; 452
Mezrich, J. · 377; 384; 385
Mikosch, T. · 356; 363
Milevsky, M. A. · 493
Miller, H. D. · 232
Miller, M. H. · 42; 46
Miltersen, K. R. · 298; 610; 619
Mintz, D. · 415
Moro, B. · 413; 427
Morton, A. · 605; 606; 608; 619
Musiela, M. · 610; 611; 619
Myneni, R. · 428

N

Nagayama, I. · 597
Naik, E. · 446
Natenberg, S. · 441
Neftci, S. · 232
Nelson, D. · 372; 386
Ng, V. · 385
Nikkhah, S. · 46
Noh, J. · 386

O

Oldfield, G. S. · 78

P

Pan, J. · 363
Papageorgiou, A. · 427
Park, H. Y. · 61; 78
Paskov, S. H. · 427
Pelsser, A. A. J. · 589; 597
Perraudin, W. · 342; 363
Pliska, S. R · 427; 522
Posner, S. E. · 493
Press, W. H. · 376; 414; 427; 593
Pringle, J. J. · 146

R

Raghavan, V. R. · 559
Ramaswamy, K. · 298
Rebonato, R. · 597; 604; 619
Reiff, W. W. · 116
Reiner, E. · 458; 476; 493; 523
Reinganum, M. · 61; 77
Reis, J. · 298
Rendleman, R. · 62; 66; 78; 112; 216; 427; 566; 596
Rennie, A. · 522
Resnick, B. G. · 116; 180; 181; 182; 449; 452
Richard, S. · 78
Richardson, M. · 263; 363
Ritchken, P. · 451; 493; 597; 619
Rodriguez, R. J. · 650
Roll, R. · 256; 260; 261; 263; 271
Ross, S. A. · 78; 85; 201; 214; 216; 263; 388; 390; 404; 427; 428; 444; 445; 450; 477; 483; 504; 522; 570; 586; 596; 598
Rubinstein, M. · 166; 201; 214; 216; 337; 388; 390; 404; 427; 428; 440; 443; 445; 449; 450; 451; 452; 458; 461; 471; 477; 484; 485; 487; 493

S

Sandmann, K. · 610; 619
Sankarasubramanian, L. · 493; 597; 619
Schaefer, S. M. · 596
Schneeweis, T. · 46
Schneller, M. · 253
Scholes, M. · 237; 253; 263; 451
Schultz, P. · 253; 452
Schwartz, E. S. · 298; 337; 408; 427; 571; 596; 602; 615
Schwartz, R. · 559
Schwarz, E. W. · 46

Senchak, A. J. · 116
Shastri, K. · 449; 452
Slivka, R. · 198
Smith, C. W. · 146; 263; 559
Smith, T. · 263
Smithson, C. W. · 146
Sobol', I. M. · 414; 427
Sondermann, D. · 610; 619
Sosin, H. · 466; 492
Spindell, M. · 619
Stapleton, R. S. · 428
Stegun, I. · 252
Stigum, M. · 116
Stoll, H. R. · 180; 183; 297
Strickland, C. · 426; 492
Stulz, R. M. · 46; 493; 649
Subrahmanyam, M. · 298; 428
Sundaram, R. K. · 523
Sundaresan, S. M. · 78; 298

T

Tandon, K. · 449; 452
Tavakoli, J. M. · 650
Taylor, H. M. · 232
Taylor, S. J. · 452
Telser, L. G. · 76; 78
Teukolsky, S. A. · 376; 414; 427; 593
Teweles, R. J. · 46
Thomas, C. P. · 452
Tilley, J. A. · 337
Toy, W. · 592; 596
Traub, J. · 427
Trevor, R. · 451
Tsiveriotis, K. · 646; 650
Turnbull, S. M. · 146; 469; 493; 619; 633; 649

U

Ulrig-Homburg, M. · 619

V

Vasicek, O. A. · 567; 596
Veit, W. T. · 116
Vetterling, W. T. · 376; 414; 427; 593
Vijh, A. M. · 493
Viswanath, P. V. · 78
Viswanathan R. · 492
Vorst, A. · 468; 476; 493

W

Wakeman, L. M. · 146; 469; 493
Wall, L. D. · 146
Walter, U. · 619
Weber, T. · 619
Welch, W. W. · 199
Whaley, R. · 451
Whaley, R. E. · 260; 261; 263; 271; 297; 425; 428; 451
White, A. · 145; 328; 337; 357; 363; 402; 412; 423; 427; 447; 451; 472; 484; 486; 493; 522; 574; 580; 586; 588; 593; 594; 597; 601; 619; 633; 636; 649
Whitelaw, R. F. · 363
Wilmott, P. · 428
Wolf, A. · 298

X

Xu, X. · 452

Y

Yates, J. W. · 199
Yawitz, J. B. · 650

Z

Zhu, Y. · 357; 363

Indice degli Argomenti

A

accrual swaps, 556–57, 560, 658
aggiustamenti per la convessità, 658
confronto tra tassi *futures* e tassi *forward*, 108, 595
tassi *forward* nel modello di Black, 548–52, 563
alberi, 658. *Si veda* anche binomiali, alberi e trinomiali, alberi
che non si ricombinano, 607
impliciti, 486–88
tridimensionali, 483
alberi impliciti, 486–88, 658
All Ordinaries Share Price Index, 63
alla pari, obbligazioni, 89–90
all'indietro, induzione, 391–93
American Stock Exchange (AMEX), 152, 159
AMEX, *si veda* American Stock Exchange
amortizing swaps, 142, 675
analisi degli scenari, 330–31, 658
analisi delle componenti principali, 358–62, 558, 658
analisi fattoriale (statistica), 358–62, 658
aperte, posizioni, 337
approssimazione all'indietro, 416
approssimazioni analitiche per i prezzi delle opzioni americane, 432–34
arbitrage pricing theory, 504
arbitraggi, 14, 659
argomentazioni, 50, 67, 70, 175
cross-border (aspetti fiscali), 165
definizione, 14
opportunità, 14, 158, 170
ora della triplice stregoneria, 33, 670
profitti, 448
su indici, 64–65
arbitraggi nulli, modelli della *term structure*, 571
procedura di costruzione degli alberi, 578–93
processi per il tasso a breve, 572–77
arbitraggisti, 14, 659
assicurazione del portafoglio, 331–34, 659
creazione di opzioni sintetiche, 332–33
mediante *futures* su indici, 333–34
mediante opzioni su indici, 279–81
rapporto della Commissione Brady, 335
at the money (opzioni), 154, 668
atteso, 240–41
attività
beni d'investimento e beni di consumo, 50, 55, 500–501
contratti sottostanti, 21, 151–53
swaps per trasformare le, 124–25
average-price calls, 468, 668
average-price puts, 468, 669
average-strike calls, 468, 668
average-strike puts, 468, 668
avviso dell'intenzione di effettuare la consegna, 33
azionari, indici, 664
futures su, 62–67, 664
opzioni su, 152, 277–82, 670
azioni
assegnazioni gratuite di, 155–56, 659
frazionamenti, 155–56

B

back-testing, 358, 659
backward induction, 391–93, 475, 664
backwardation, normal, 74
Bankers Trust, 10
Barings, 14
barriera interna, 479
base, 35, 659
altra definizione, 35
indebolimento della, 36
lorda (*clearing*), 27
netta (*clearing*), 27
rafforzamento della, 36

rollover su *futures*, 41
base mobile, mondo *forward risk-neutral* a, 610
base, rischio, 35–37, 673
bassa discrepanza, successioni a, *Si veda* successioni quasi casuali
bear spreads, 189–90, 674
bearish calendar spreads, 193
beni di consumo, 50, 70, 659
beta, 65–67, 279–81
bid-ask spreads, 159, 662
bid-offer spreads, 662
binomiale, modello, 201–15, 388–405, 666
binomiali, alberi, 201–17, 276–77, 388–405, 658. *si veda anche* alberi trinomiali
a due stadi, 207–9
ad uno stadio, 201–5
approccio algebrico, 393
delta, 211–12, 394–95
determinazione dei parametri, 389–90
estensioni, 402–3
generalizzazioni, 203–5, 208–9
modello di Cox XE "Cox, J. C." \f "a" , Ross XE "Ross, S. A." \f "a" e Rubinstein, 201, 214
modello di Cox, Ross e Rubinstein, 388–405
modello di Rendleman e Bartter, 566
nella pratica, 214–15
opzioni put, 209–10
opzioni *shout*, 467–68
parametri per le operazioni di copertura, 394–95
per azioni che pagano dividendi, 398–401
per indici, valute e *futures*, 395–98
per opzioni americane, 210–11, 388–405
tassi d'interesse in funzione del tempo, 402
tecnica della variabile di controllo, 402–3
valutazione neutrale verso il rischio, 205–6, 389
Black e Karasinski, modello di, 592
Black e Scholes, modello, 237–63, 666
altri modelli, 442–45
concetti sottostanti, 244–45
distribuzione dei tassi di rendimento, 239–41
equazione differenziale, 246–48
log-normalità dei prezzi delle azioni, 237–39
mitigazione delle assunzioni, 442
proprietà, 251–52
ricerche empiriche, 448–50
tassi d'interesse stocastici, 514–15
vega, 328
volatilità delle azioni, 241–44
Black, approssimazione di, 260–61, 659
Black, Derman e Toy, modello di, 592
Black, modello di, 666
bond options, 534
caps e *floors*, 540–43
derivati da tassi d'interesse, 530–33
generalizzazione, 547
opzioni europee, 531–32
opzioni su *futures*, 294–95
spread options, 557
swaptions, 544–47
Black-Scholes-Merton, equazione differenziale
assunzioni, 245
concetti sottostanti, 244–45
condizioni al contorno, 247
derivazione, 246–48
prezzi di derivati negoziabili, 248
valutazione neutrale verso il rischio, 248–50
Black-Scholes-Merton, formule di valutazione, 250–52
altri modelli, 442–45
nella pratica, 435–42
proprietà, 251–52
warrants, 253–54
borse
American Stock Exchange (AMEX), 152, 159, 684
Chicago Board of Trade (CBOT), 5, 19, 21, 22, 23, 27, 35, 62, 103, 104, 105, 153, 471, 663, 667, 684
Chicago Board Options Exchange (CBOE), 12, 152, 158, 279, 448, 449, 462, 684
Chicago Mercantile Exchange (CME), 5, 21, 22, 23, 35, 62, 67, 69, 103, 107, 153, 518, 595, 684
New York Commodities Exchange (COMEX), 24, 684
New York Cotton Exchange (NYCE), 21, 685
New York Mercantile Exchange (NYMEX), 23, 31, 685
Pacific Stock Exchange (PSE), 152, 685
Philadelphia Stock Exchange (PHLX), 152, 159, 282, 685
Tokyo Stock Exchange, 62
Boston options, 459, 668
bottom straddles, 195
bottom vertical combinations, 196
Brace, Gatarek e Musiela, modello di, 609–15
break forward, 459, 668
brokers
board, 159, 663
commission, 20, 660
bull spreads, 187–89, 674
bullish calendar spreads, 193
butterfly spreads, 191–92, 198, 674

C

CAC-40 Index, 63
calendario
giorni lavorativi e giorni di (volatilità), 243, 255–57
spreads di, 192–94, 674
calibratura, 593–94, 659
strumenti per la calibratura, 593–94
call (opzioni), 6, 668
asset or nothing, 465, 668
average price, 468, 668

average strike, 468, 668
cash or nothing, 465, 668
coperte, 185, 659
definizione, 6
esercizio anticipato, 175–76
open interest, 158
volume degli scambi, 158
callable bonds, 533, 667
cambi
quotazioni, 69
campionatura stratificata (simulazione), 412–13
campioni casuali, generazione di, 409–10
capital asset pricing model (CAPM), 65, 74, 280, 504, 667
capitale, 659
capitale a fronte dei rischi creditizi, 623
capitalizzazione continua, 51–53, 659
caplets, 538, 660
caps (su tassi d'interesse), 537–43, 659. *Si veda anche* floors
caplets, 538, 660
come portafogli di opzioni su obbligazioni, 539
come portafogli di opzioni su tassi d'interesse, 538
flat volatilities, 541, 663
fuori standard, 613–14
tasso *cap*, 538, 675
valutazione, 540–43
cash
flow mapping, 348–50, 677
or nothing (opzioni), 465, 668, 669
settlement, 33, 665
cassa di compensazione, borsa, 26
CBOE, *Si veda* Chicago Board Options Exchange
CBOT o CBT, *Si veda* Chicago Board of Trade
CFTC, *Si veda* Commodity Futures Trading Commission
cheapest-to-deliver bond, 104–5, 667
Chicago Board of Trade, 5, 19, 103, 104, 105, 471, 684
Chicago Board Options Exchange, 12, 152, 158, 279, 448, 449, 462, 684
Chicago Mercantile Exchange, 5, 67, 103, 107, 518, 595, 684
chiusura delle posizioni, 20
Cholesky, scomposizione di, 410, 673
chooser option, 461–62, 668
cicli di scadenza delle opzioni su azioni, 153
classe di opzioni, 154, 660
clearinghouse, 26, 660
CME, *Si veda* Chicago Mercantile Exchange
CMOs, *Si veda* collateralized mortgage obligations
CMS, *Si veda* constant maturity swaps
CMT, *Si veda* constant maturity Treasury swaps
CMX, *Si veda* Commodity Exchange, Inc.
collars, 539–40, 660
collateralized mortgage obligations (CMOs), 616, 660
collaterals, 640
combinazioni (opzioni), 194–97, 660
straddles, 194–95
strangles, 196–97
straps, 195–96
strips, 195–96
verticali inferiori, 196
verticali superiori, 197
COMEX, *Si veda* Commodity Exchange, Inc. e New York Commodity Exchange
commissioni, 160–61
Commodity Exchange, Inc., 24, 684
Commodity Futures Trading Commission (CFTC), 33, 660
condizioni al contorno, equazioni differenziali, 247
consegna
accordi per la, 22
liquidazione per contanti, 33
luogo, 22
mesi, 22
prezzo, 2
scelta del mese, 37
scelta del tempo, 37
constant-maturity swaps (CMS), 142, 554–55
constant-maturity Treasury swaps (CMT), 142, 554–55
contabilità e imposte, 42–44, 163–65
contango, 74, 673
contrattazioni
giorni di calendario e giorni lavorativi (volatilità), 243, 255–57
irregolarità, 34–35
la volatilità come causa delle, 255–57
program trading, 65
strategie mediante opzioni, 185–98
volume degli scambi (*futures*), 31
contratti *forward*, 1–2, 660
confronto con i *futures*, 4–5
confronto con le opzioni, 5–6
definizione, 1
delta, 312
lemma di Ito, applicazione ai, 230
posizione corta su, 1
posizione lunga su, 1
prezzo di consegna, 2
valore corrente, 59–60
valore finale, 3
contratti *futures*, 4–5, 63, 69–70
aspetti contabili e fiscali, 42–44
attività sottostante, 21
chiusura delle posizioni, 20
confronto con i *forwards*, 4–5, 44
conto di deposito, 24
convergenza dei prezzi *futures* verso i prezzi *spot*, 32
definizione, 4–5
delta hedging e, 310–20
depositi di garanzia, 23–27
differenze rispetto ai contratti di opzione, 5–6
dimensione, 21–22
hedging, 35–39
imposte e contabilità, 42–44
irregolarità delle contrattazioni, 34–35

limiti alle posizioni, 23
limiti alle posizioni su, 23
limiti alle variazioni giornaliere dei prezzi, 23
liquidazione per contanti, 33
margine di variazione, 24
margine iniziale, 24
margini di mantenimento, 24–25
marking to market, 24
mese di consegna, 22, 37
minimi e massimi storici, 31
movimenti dei prezzi, 23
negoziazione, 19–20
open interest, 31
opzioni su, 152–53
posizioni, chiusura delle, 20
prezzi *spot* (convergenza dei prezzi *futures* verso i), 32
procedure di consegna, 22
quotazioni, 23
regolamentazione, 33–35
ricerche empiriche, 61–62
richiesta di integrazione, 24
scelta, 37–39
sistematicità nei prezzi, 31
specificazione, 20–23
su eurodollari, 107–9, 663
su indici azionari, 62–67
su merci, 70–73
su tassi d'interesse, 103–9
su *Treasury bills*, 663
su *Treasury bonds* e *Treasury notes*, 103–7, 663, 664
su valute, 68–70
contratti *spot*, 1
controparte, 660
convenience yields, 72–73, 77, 507, 676
prezzo di mercato del rischio, 507
convenzioni sui giorni lavorativi, 127–28
convergenza (prezzi *futures*), 32
convessità, 113–14, 660
copertura fuori modello, 595
coperture statiche, 312, 661
corner the market, 34–35
correlazione
scelta dei contratti *futures* e, 37–39
corso *tel quel* (*T-bonds*), 101, 534
corte
coperture, 35, 660
posizioni, 1, 671
cost of carry, 73, 661
costi di transazione, 160–61, 319–20, 661
costo di immagazzinamento, 70–71, 661
costo zero
collar, 458
package, 458
coupon, 660
covarianza, stime della, 382–84
covered calls, 185, 659
posizioni scoperte e, 308
Cox, Ingersoll e Ross (CIR), modello di, 566, 570
Cox, Ross e Rubinstein, modello di, 201, 214, 388–405
credit default swap, 644–45, 661
credit derivatives, 11, 624, 644–45, 662
creditizio, *rating*, 624
CreditMetrics, 643
curva dei tassi di rendimento, modelli della, *Si veda* modelli della term structure

D

data di estinzione, 6, 661
data di scadenza, 6, 661
data di stacco dei dividendi, 155, 244, 257, 661
day trades, 26, 661
deep-out-of-the-money (opzioni), 255
deferred swaps, 142, 543
delta, 661
di contratti *forward*, 312
di *forwards* e *futures*, 318
di *futures*, 317–18
di opzioni americane, 210–11, 394–95
di opzioni europee, 312–13, 316–17
di un portafoglio, 318–19
nel calcolo del VaR, 353–56
relazione con theta e gamma, 326
delta *hedging*, 310–20, 661. *Si veda anche* delta
delta *neutral*, 311
denaro, 158, 671
depositi di garanzia, 23–27, 161–62
funzionamento, 23–27
opzioni su azioni, 161–62
DerivaGem (*software*), 458, 469, 590, 679–83
aspetti generali, 680
caps/floors e *swaptions*, 682
caratteristiche, 679
lettere greche, 683
opzioni su azioni, valute, indici azionari e *futures*, 680–81
opzioni su obbligazioni, 681–82
derivati, 1, 662
assicurativi, 11
atmosferici, 11
creditizi, 11, 662
esotici, *Si veda* opzioni esotiche
history-dependent, 472
path-dependent, 472–76
plain vanilla, 10, 121, 124, 125, 142, 670
su tassi d'interesse, 530–600
sull'energia elettrica, 11
derivati che dipendono da più variabili sottostanti, 503–5
derivati *cross-currency*, *Si veda* quantos
derivati su tassi d'interesse, 530–600, 662
calibratura, 593–94
copertura, 558
difficoltà di valutazione, 530
modelli a due fattori, 601–4
modelli di equilibrio, 564–65

modello di Black, 294–95, 530–33, 542–43, 546–47, 557
modello di Heath, Jarrow e Morton, 604–9
modello di mercato del Libor, 609–15
diagonal spreads, 194, 674
difensiva, *put*, 185, 672
differential (diff) swaps, 143, 519, 675
diffusivo a salti, modello, 446
formule, 457
diffusivo assoluto, modello, 445
formule, 456
diffusivo spiazzato, modello, 443–44
formule, 455–56
diluizione (*warrants*), 253–54
dipendenti dal tempo, tassi d'interesse (alberi), 402
diritti d'opzione, 156, 662
discontinuità dei prezzi, 445–46
discount bond, 678
distribuzione implicita, 437–40, 662
opzioni su azioni, 437–38
opzioni su valute, 439–40
distribuzione normale
cumulata, 250, 252–53, 663
distribuzione normale bivariata
cumulata, 272, 461, 662
diversificazione, benefici della, 345
dividend yield continuo, 58–59, 273–75
dividend yields noti, 58–59, 398–99
dividendi, 170, 257–61
dividend yields, 676
noti, 399–401
opzioni americane, 258–60
opzioni europee, 258
stagionalità, 64, 281
DJIA, *Si veda* Dow Jones Industrial Average
Dow Jones Industrial Average, 62
downgrade triggers, 641, 662
drift rate, 221, 676
due stadi, alberi binomiali a, 207–9
duration, 109–11, 662
coperture basate sulla, 111–12
limiti, 113–14
modificata, 111
spostamenti non paralleli, 114
duration matching, 670

E

elasticità della varianza costante, modello, 444–45
equazioni differenziali
azioni con *dividend yields* continui, 303–4
Black-Scholes, derivazione, 246–48
condizioni al contorno, 247
derivati che dipendono dai prezzi *futures*, 305–6
generiche, derivazione, 527–29
più variabili sottostanti, 503–5
una sola variabile sottostante, 498–503
equilibrio, modelli di, 666
a due fattori, 571
ad un fattore, 565–70
natura, 564–65
equity swaps, 143, 675
esercizio
data di, 6
limite di, 156
prezzo di, 6, 671
esercizio anticipato, 662
calls su titoli che non pagano dividendi, 175–76
effetto dei dividendi, 180
puts su titoli che non pagano dividendi, 176–78
espansione di Cornish e Fisher, 355, 366–67, 662
esplicito, metodo delle differenze finite, 418–21, 422–24, 666
alberi tridimensionali, relazione con, 422–24
esposizione, 635–36, 662
estere, valute, 68–70
opzioni, 152, 282–85
rischio di credito, 637–39
esterna, barriera, 479
estinzione anticipata (MBSs)
funzione, 616
privilegi, 615
rischio, 616
eurodollari, 663
eurovalute, 663
executive stock options, 165, 669
extendible swaps, 142, 675

F

factor loading, 359
factor scores, 359
FASB, *Si veda* Financial Accounting Standards Board
fattore di crescita delle attività, 390
fattori di conversione, 103–4, 663
Federal National Mortgage Association (FNMA), 615
Federal Reserve Board, 34
Financial Accounting Standards Board (FASB), 663
Statement No. 133, Accounting for Derivative Instruments and Hedging Activities, 43
Statement No. 52, Foreign Currency Translation, 42
Statement No. 80, Accounting for Futures Contracts, 42
flat volatilities, 541, 663
flex options, 155
flexi caps, 613
flexible forwards, 458
floor brokers, 159
floor rate, 676
floor-ceiling agreements, 660
floorlets (*floors*), 539. *Si veda anche* caps
floors, 539–42, 663. *Si veda anche* caps
FNMA, *Si veda* Federal National Mortgage Association

forward band, 458
forward cancellabile, 459
forward con uscita opzionale, 459
forward rate agreements, 95–97, 663
forward swaps, 142, 543, 675
forwards, *Si veda* contratti forward
FRAs, *Si veda* forward rate agreements
frazionamenti, 155–56, 663
frequenza di capitalizzazione, 663
    continua, 51–53
    formule di conversione, 52–53
FT-SE 100 Index, 63
futures su eurodollari, 107–9, 663
futures su indici azionari, 62–67
futures, contratti, *Si veda* contratti futures

G

gamma, 322–26, 664
    calcolo del, 324–26
    nel calcolo del VaR, 353–56
    neutralità rispetto al, 324
    neutralità rispetto al vega e al, 327, 328
    relazione con delta e theta, 326
    valore a rischio e, 353–56
gap management, 114
GARCH, *Si veda* modello autoregressivo generalizzato a eteroschedasticità condizionata
geometrico, moto Browniano, 226, 228, 230, 232, 237, 281, 283, 461, 470, 667
    soggetto a salti, 446
Gibson Greetings, 14
giorni di calendario e lavorativi, 243, 255–57
Girsanov, teorema di, 214
GNMA, *Si veda* Government National Mortgage Association
Goldman Sachs, 63
Goldman Sachs Commodity Index (GSCI), 63
Government National Mortgage Association (GNMA), 615
GSCI, *Si veda* Goldman Sachs Commodity Index

H

Heath, Jarrow e Morton, modello di, 604–9
    fattori, 608
    simulazioni con il metodo Monte Carlo, 609
    versione in tempo discreto, 607–8
hedge, 660
    aspetti contabili, 42–43
    long, 35
    rapporto basato sulla *duration*, 111–12
    rapporto basato sulla sensitività del prezzo, 112
    rapporto ottimale, 39–40
    rinnovo a scadenza, 40–42
    short, 35
hedge ratio, 39–40, 672
    ottimale, 39–40
hedgers, 11–12, 664
hedging
    derivati su tassi d'interesse, 558
    gamma, 322–26
    modelli ad un fattore, 594–95
    nella pratica, 330
    theta, 320–22
history-dependent derivatives, 472
Ho e Lee, modello di, 572–74, 595
Hull e White, modello di, 574–77, 595
    a due fattori, 621–22
    procedura per la costruzione degli alberi, 580–91
Hunt, fratelli, 34

I

ICONs, *Si veda* index currency option notes
implicito, metodo delle differenze finite, 416–18, 424
imposte, 42–44, 163–65
    imponibile e perdite deducibili, 43–44
    programmazione fiscale, 165
    stima della volatilità, 244
    Taxpayer Relief Act del 1997, 43
    wash sale rule, 164
in the money (opzioni), 154, 669
indebolimento della base, 36
index
    amortizing rate swaps, 142, 675
    currency option notes., 10
indici
    All Ordinaries Share Price Index, 63
    arbitraggi sugli, 64–65, 659
    CAC-40 Index, 63
    Dow Jones Industrial Average, 62, 334, 337
    FT-SE 100 Index, 63
    Goldman Sachs Commodity Index (GSCI), 63
    MidCap 400, 62
    NASDAQ 100, 62
    Nikkei 225 Stock Average, 62
    opzioni su, 152, 670
    S&P 100, 152, 277, 279
    S&P 400 (MidCap), 62
    S&P 500, 33, 62, 63, 64, 65, 76, 152, 277, 279, 330, 358
indici azionari
    arbitraggi su, 64–65
    futures su, 62–67
    opzioni su, 152, 277–82
    prezzi *futures* degli, 64
    valutazione delle opzioni su, 281–82
indicizzato
    swaps a capitale, 142
initial, margin, 24, 161, 665
interesse maturato, 98–99, 664
interest only (IO), 617, 664
interest rate caps, *Si veda* caps
interest rate collars, *Si veda* collars
interest rate floors, *Si veda* floors

intermediari finanziari, ruolo degli, 125–26, 664
inversi
  spreads a farfalla, 192
  spreads di calendario, 194
inverso
  mercato, 31, 665
investimento, beni di
  beni di consumo e, 50, 55–57, 659
investitore assegnato (OCC), 163
IO (MBSs), *Si veda* interest only
irregolarità delle contrattazioni, 34–35

J

Japanese Nikkei, *Si veda* Nikkei 225 Stock Average

K

Kidder Peabody, 14
knock-in (opzioni), 462
knock-out (opzioni), 462

L

LEAPS, *Si veda* long-term equity anticipation securities
lemma di Ito, 218, 229–31, 664
  applicazione ai contratti *forward*, 230
  applicazione al logaritmo dei prezzi delle azioni, 230–31
  derivazione, 235–36
  generalizzazione, 526
lettera, 158, 671
lettere greche, *Si vedano anche* delta, gamma, rho, theta e vega
  delta, 310–20
  gamma, 322–26
  relazione tra delta, gamma e theta, 326
  rho, 329–30
  stima con gli alberi binomiali, 394–95
  theta, 320–22
  utilizzo delle, 307–37
  vega, 326–29
Levenberg-Marquardt, metodo di, 376, 593–94
Libor, *Si veda* London interbank offer rate
LIFFE, *Si veda* long gilt futures
limiti alle variazioni giornaliere dei prezzi, 23
limiti dei prezzi delle opzioni
  inferiori, ricerche empiriche sui, 180–81
  inferiori, su azioni che non pagano dividendi, 171–74
  inferiori, su azioni che pagano dividendi, 179
  superiori, 171
limiti di posizione, 156, 665
limiti di prezzo
  ordini con, 20, 670
  scarto limite, 23, 673
  verso il basso, 23
  verso l'alto, 23
lineare, modello, 345–47
liquidazione
  per contanti, 33
  per i *futures*, 33
  prezzo di, 30–31, 671
liquidità
  teoria della preferenza per la, 98, 676
livello medio di lungo periodo, 566, 665
Ljung-Box, statistica di, 378
locals, 20, 665
log-normale, distribuzione, 662
  opzioni su azioni, 439–40
  opzioni su valute, 437–38
log-normalità, assunzione di, 237–39
London interbank bid rate (Libid), 664
London interbank offer rate (Libor), 665
  costruzione della curva, 150
  in-arrears swaps, 550–51, 553–54
  modello di mercato, 609–15
  opzioni su valute dipendenti dal, 472
  tassi sui prestiti, 88
long gilt futures (LIFFE), 103
long-term equity anticipation securities (LEAPS), 279, 664
lookback (opzioni), 466–67, 473–74, 476–79, 669
lorda, base (*clearing*), 27
lunedì nero, 65
lunga
  copertura, 35, 661
  posizione, 1, 671

M

magazzino di *swaps*, 128
maglia adattabile, modello a, 406, 666
  per le opzioni con barriera, 482–83
mantenimento, margini di, 24–25, 26, 665
margine, 665
margine di compensazione, 27, 665
margini
  di compensazione, 27
  di mantenimento, 24–25, 26
  di variazione, 24
  iniziali, 24
  richieste di integrazione, 24, 673
market
  cornering of, 34–35
  makers, 158–59, 161, 665
  marking to, 24, 26
marking to market, 24, 26, 658
Markov
  processi di, 218–19, 672
  proprietà, 218–19
martingale, 507–8, 665
matrice delle varianze e covarianze, 384, 665
matrice delle volatilità, 441–42
matrice di transizione dei *rating*, 643, 653
MBSs, *Si veda* mortgage-backed securities
media geometrica, 665
media, ritorno verso la, 373, 379, 566–67, 673
mercati
  assenza di sistematicità, 31
  inversi, 31
  normali, 31

over the counter, 1, 15, 151
mercati efficienti, ipotesi dei, 219, 664
mercato
modello di, 667
merci
beni di consumo, 71–72
contratti *futures* su, 70–73
convenience yields, 72–73
costi di immagazzinamento, 70–71
derivati che dipendono dai prezzi delle, 506–7
prezzi (ritorno verso la media), 506
swaps su, 143
Merton. modello con tassi d'interesse stocastici, 442
Metallgesellschaft, 41–42
metodi delle differenze finite, 666
applicazioni, 425
definizione, 415–16
esplicito, 418–21, 422–24, 666
hopscotch, 424
implicito, 416–18, 425
metodo di Crank-Nicholson, 424–25
tecnica della variabile di controllo, 418
trasformazione di variabile, 421–22
metodo *bootstrap*, 90, 92, 666
metodo Crank-Nicholson, 424–25
metodo dei momenti, 413
metodo della massima verosimiglianza, 374–79, 666
metodo *hopscotch*, 424
min-max, 458
misure di probabilità, 508, 666
misure equivalenti di martingala, 508–9
modelli
a maglia adattabile, 406
a salti puro, 445
ad arbitraggi nulli (*term structure*), 572–77
approssimazione di Black, 260–61
binomiale, 201–17, 388–405, 666
Black, *Si veda* Black, modello di
Black e Karasinski, 592
Black e Scholes, 237–63
Brace, Gatarek e Musiela, 609–15
capital asset pricing model, 280, 667
Cox, Ingersoll e Ross, 566, 570
Cox, Ross e Rubinstein, 201, 214
di mercato del Libor, 609–15
di Merton con tassi d'interesse stocastici, 442
diffusivo a salti, 446
diffusivo assoluto, 445
diffusivo spiazzato, 443–44
elasticità della varianza costante, 444–45
equilibrio (*term structure*), 564–65
Heath, Jarrow e Morton, 604–9
Ho e Lee, 572–74, 595
Hull e White, 574–77, 595
non stazionari (*term structure*), 591–93
opzione composta, 443
Rendleman e Bartter, 566
Roll, Geske e Whaley, 271
Vasicek, 567–70, 574
modelli dei tassi d'interesse, *Si veda* modelli della term structure
modelli della *term structure*, 564
modelli ad arbitraggi nulli, 572–77
modelli di equilibrio, 564–65
modelli non stazionari, 591–93
modello a media mobile con pesi esponenziali (EWMA), 368, 370–72, 374, 377, 379, 447, 663, 667
modello autoregressivo ad eteroschedasticità condizionata (ARCH), 368
modello autoregressivo generalizzato a eteroschedasticità condizionata (GARCH), 242, 368, 372–73, 374, 375, 376, 377, 378, 442, 667
previsioni della volatilità, 380–81
stima dei parametri, 375–77
valutazione, 374–79
modificata
duration, 111, 662
mondo *forward risk neutral*, 509, 667
money market account, come numerario, 510–11, 660
moneyness (opzioni), 154
Monte Carlo, simulazioni con il metodo, 227–28, 310, 407–11, 673
applicazioni, 410
diverse variabili sottostanti, 408–9
generazione di campioni casuali, 409–10
modello di Heath, Jarrow e Morton, 609
modello di mercato del Libor, 612
numero delle simulazioni, 410
prezzi delle azioni, 227–28
procedure numeriche, 407–11
riduzione della varianza, 411–15
rischio di credito, 641–44
spread options, 557
stima delle lettere greche, 410–11
valore a rischio, 356–57
Moody's, 624
mortgage-backed securities (MBSs), 615–18, 677
collateralized mortgage obligations (CMOs), 616
interest only (IOs), 617
passthroughs, 616
principal only (POs), 617
stripping, 617
valutazione, 617
moti geometrici Browniani, 220, 226, 237, 283

N

National Association of Securities Dealers Automatic Quotations Service (NASDAQ), 63
National Futures Association (NFA), 34
netta
base (*clearing*), 27
netting, 640, 667
neutrale verso il rischio

mondo, 206, 249, 667
probabilità, 208, 210, 630
neutrali
spreads di calendario, 193
neutralità rispetto al *forward risk*
applicazioni, 514–17
cambiamento di numerario, 517–18
fattori multipli indipendenti, 513–14
New York Commodity Exchange (COMEX), 24
New York Cotton Exchange (NYCE), 21
New York Mercantile Exchange (NYMEX), 23, 685
New York Stock Exchange (NYSE), 62
Newton-Raphson, metodo, 89, 255, 569, 587, 666
NFA, *Si veda* National Futures Association
Nikkei 225 Stock Average, 62
quantos (derivati *cross-currency*), 67, 518–21
non paralleli, spostamenti (tassi d'interesse), 114
non sistematici, rischi, 673
non stazionari, modelli della *term structure*, 591–93, 667
normal backwardation (*futures*), 74, 661
normale
distribuzione, 237, 240, 662
distribuzione cumulata, 252–53, 663
mercato (prezzi *futures*), 31
nozionale
capitale, 659
nozionale, capitale, 121
numerario, 509
cambiamento di, 517–18
scelta del, 510–13
NYCE, *Si veda* New York Cotton Exchange
NYMEX, *Si veda* New York Mercantile Exchange
NYSE, *Si veda* New York Stock Exchange

O

OAS, *Si veda* option-adjusted spread
obbligazioni, *si veda anche* Treasury Bonds
a sconto, 677
cheapest to deliver, 104–5, 667
convertibili, 166, 646–48
emissione della Standard Oil, 10
per valutare gli *interest rate swaps*, 132–33
per valutare i *currency swaps*, 139–40
rimborsabili anticipatamente, 533, 667
societarie, regole di calcolo giorni, 128
tasso di rendimento alla pari, 89
tasso obbligazionario equivalente, 102
valutazione, 89–90
obbligazioni convertibili, 667
definizione, 166, 667
valutazione, 646–48
OCC, *Si veda* Options Clearing Corporation
offer price, 671
open interest, 31, 158, 667
operatori, tipi di, 11–14
arbitraggisti, 14
commission brokers, 20
hedgers, 11–12
locals, 20
speculatori, 12–14
opposto, di segno (ordini), 159–60
option fence, 458
option-adjusted spread (OAS), 617, 667
Options Clearing Corporation (OCC), 162–63, 166
opzione composta, modello, 443, 666
formule, 455
opzioni, 5–6, 151–66
a credito, 161
americane ed europee, 6
attività sottostanti, 151–53
call, 6, 7
calls coperte, 162
classi, 154
commissioni, 160–61
contrattazioni, 158–60
cross-currency, *Si veda* quantos
date di scadenza, 153
definizione, 6
depositi di garanzia, 161–62
di consegna, 73–74
differenze rispetto a *futures* e *forwards*, 6
dividendi, frazionamenti e assegnazioni gratuite, 155–56
esercizio, 163
esotiche, *Si veda* opzioni esotiche
flessibili, 155, 279
imposte, 163–65
incorporate in obbligazioni, 533–34
modello lineare, 351–52
modello quadratico, 353–56
moneyness, 154
OTC, 1, 151
posizioni, 8
prezzo d'esercizio, 6
programmazione fiscale, 165
put, 7
quantos, 67, 518–21
quotazioni, 156–58
regolamentazione, 163
replica dinamica, 489
scadenza, 6
scoperte, 161–62
serie, 154
sintetiche, 332–33
strategie operative, 185–98
su azioni, specifiche contrattuali, 153–56
su *bond futures*, 285–91
su cambi, 152, 282–85
su due attività correlate, 483–86
su *futures*, 152–53, 285–91
su indici azionari, 152, 277–82
su *spreads*, 557
su *swaps*, 543–47
su titoli con *dividend yield* continuo, 273–75
su valute, 152, 282–85
valore finale, 9–10
valore intrinseco, 154
wash sale rule, 164

opzioni a premio differito, 459, 668
opzioni americane, 6, 668
  alberi binomiali, 210–11
  approssimazioni analitiche dei prezzi, 425, 432–34
  calls (dividendi), valutazione esatta, 271
  calls, esercizio anticipato, 258–60
  delta, 394
  dividendi, 258–60
  effetto del rischio di credito sui prezzi, 634–35
  esercizio anticipato, in assenza di dividendi, 175–78
  fuori standard, 459
  futures options e *spot options*, 295–96
  path-dependent, 472–76
  puts, esercizio anticipato, 176–78
  relazione tra i prezzi di *calls* e *puts*, 178–79
  valutazione, 388–426
opzioni *as you like it*, 461, 668
opzioni asiatiche, 468–70, 668
opzioni *asset or nothing*, 465, 668
opzioni Bermuda, 460, 594, 668
opzioni binarie, 465, 668
opzioni cilindriche, 458
opzioni composte, 460–61, 668
opzioni con barriera, 462–65, 479–83, 668
opzioni di scambio, 470–71, 515–17, 669
opzioni *down-and-in*, 462–65, 669
opzioni *down-and-out*, 462–65, 669
opzioni *end of month* (EOM), 282
opzioni esotiche, 10, 458–92, 669
  alberi impliciti, 486–88
  americane fuori standard, 459
  as you like it, 461–62
  asiatiche, 468–70, 668
  Bermuda, 460, 591, 594, 668
  binarie, 465
  chooser, 461–62
  cilindriche, 458
  collar a costo zero, 458
  composte, 460–61
  con barriera, 462–65, 479–83
  copertura, 488
  di scambio, 470–71, 515–17, 669
  flex, 155
  flexible forwards, 458
  forward band, 458
  forward start, 460
  FX, Libor contingent, 472
  knock-in, 462
  knock-out, 462
  lookback, 466–67, 473–74, 476–79
  min-max, 458
  option fence, 458
  OTC, 151
  packages, 458–59
  rainbow, 471–72, 483–86
  replica statica, 488–91
  shout, 467–68
  su panieri, 472
  su più variabili, 471–72, 483–86
opzioni europee, 669
  composte, 460–61
  delta, 312–13, 316–17
  effetto dei dividendi, 258
  futures options e *spot options*, 295–96
  modello di Black, 530–33
  su *coupon bonds*, 568–70
  su *interest rate swaps*, *Si veda* swaptions
  su *zero-coupon bonds*, 567–68
opzioni *forward start*, 460, 668
opzioni incorporate, 166, 533–34, 669
opzioni negoziate in borsa, 151–66
opzioni su azioni, 670
  calls americane (dividendi), valutazione delle, 271
  contrattazioni, 158–60
  date di scadenza, 153
  depositi di garanzia, 161–62
  dividend yields continui, 273
  effetto dei dividendi, 179–80
  negoziate in borsa, 151
  prezzi d'esercizio, 153–54
  put-call parity, 174–75
  quotazioni, 156–58
  specifiche contrattuali, 153–56
opzioni su due attività correlate, 483–86
  aggiustamento delle probabilità, 486
  alberi non rettangolari, 485
  trasformazione delle variabili, 483–85
opzioni su *futures*, 152–53, 285–91, 670
  definizione, 152–53, 285–91
  equazione differenziale, 305–6
  liquidazione per contanti, 289
  modello di Black, 294–95
  opzioni americane su *futures* e su *spot*, 295–96
  opzioni europee su *futures* e su *spot*, 295–96
  put-call parity, 290–91
  su eurodollari, 286
  su tassi d'interesse, 286–89
  su *Treasury bonds*, 286
  su *Treasury notes*, 286
  valutazione, 291–93, 294–95
opzioni su obbligazioni, 533–37, 670
  americane, 590–91
  europee, 534–36
  incorporate, 533–34
  swaptions e, 544
  volatilità dei tassi di rendimento, 536
opzioni su obbligazioni, valutazione delle
  modello di Black, 530–33
  modello di Heath, Jarrow e Morton, 604–9
  modello di Ho e Lee, 572–74, 577
  modello di Hull e White, 574–77, 580–91, 588–89
opzioni su panieri, 472, 669
opzioni su tassi d'interesse, 670
opzioni su valute, 282–85

quotazioni, 282–83
valutazione, 283–85
opzioni sul *credit spread*, 645
opzioni, ruolo del modello di valutazione, 442
opzioni, valutazione delle
dividendi, 257–61
formule di Black e Scholes, 250–52
modello binomiale, 201–15, 388–405
procedure numeriche, 388–426
quantos, 518–21
su due attività correlate, 483–86
su *futures*, 285–91
su indici azionari, 277–82
su tassi d'interesse, 286–89
su titoli con *dividend yield* continuo, 273–75
su valute, 282–85
ora della triplice stregoneria, 33, 670
Orange County, 14
order book officials, 159, 663
ordini
al meglio, 20
di segno opposto, 159–60
OTC, *Si veda* over the counter
ottimale, rapporto di copertura, 39–40
ottobre 1987 - 19, 65, 334
out of the money (opzioni), 154, 669
over the counter (OTC), mercato, 1, 15, 151
overnight, riporto, 88

P

Pacific Stock Exchange (PSE), 152
packages, 458–59, 670
par value, 677
par yield, 89–90, 670
paralleli, spostamenti (*term structure*), 674
parità, *put-call*, 174–75
passthroughs (MBSs), 616
path-dependent, derivati, 472–76, 669
perdite
componenti ordinarie di reddito, 43
in conto capitale, 43
su operazioni di copertura, 44
Philadelphia Stock Exchange (PHLX), 152, 159, 282
PHLX, *Si veda* Philadelphia Stock Exchange
plain vanilla (*swaps* su tassi d'interesse), 121, 124, 125, 142
PO (MBSs), *Si veda* principal only
Poisson, processo di, 642, 672
ponderazione esponenziale, 670
portafogli neutrali rispetto al delta, 318–19, 671
portafogli neutrali rispetto al gamma, 324, 671
portafoglio
delta del, 318–19
immunizzazione del, 664
posizioni
aperte, 34
chiusura delle, 20, 34
su *futures* (lunghe o corte), 19
posizioni coperte, 308
premio, 671
prezzi delle azioni, 168
lemma di Ito, applicazione al logaritmo dei, 230–31
log-normalità dei, 237–39
modello, 218–32
parametri, 228–29
processi di Markov, 218–19
processi in tempo continuo, 219–24
processi stocastici a tempo continuo, 219–24
processi stocastici a tempo discreto, 218
processo di Wiener, 220–24
simulazione dei, 227–28
simulazioni con il metodo Monte Carlo, 227–28
prezzi delle merci, derivati che dipendono dai, 506–7
prezzi delle opzioni su azioni
assunzioni e simbologia, 170–71
effetto dei dividendi sui, 170, 179–80
esercizio anticipato, 175–78
fattori che influenzano i, 168–70
limiti superiori e inferiori, 171–74
prezzi d'esercizio, 6, 153–54, 156, 168, 671
prezzi *forward*, 2, 671
beni d'investimento, 55–57
confronto con i prezzi *futures*, 60–62
confronto con i prezzi *spot*, 3–4
definizione, 2
valute, 68–70
prezzi *futures*, 19, 671
aspettative sui futuri prezzi *spot* e, 75–76
confronto con i prezzi *forward*, 60–62
convergenza verso i prezzi *spot*, 32
indici azionari, 64
merci, 70–73
ricerche empiriche, 61–62, 75–76
sintesi dei risultati per i beni d'investimento, 77
sistematicità, 31
titoli che pagano un *dividend yield* continuo e, 293–94
valute, 68–70
prezzi *spot*, 671
confronto con i prezzi *forward*, 3–4, 50–77
confronto con i prezzi *futures*, 50–77
convergenza dei prezzi *futures* verso i, 32
prezzo di mercato del rischio, 500–501, 507, 508, 671
prezzo secco (*T-bonds*), 534
principal only (POs) (MBSs), 617
prive di rischio, coperture permanentemente, *Si veda* schemi "copriti e dimentica"
privi di rischio
profitti, *Si veda* arbitraggi
tassi d'interesse, 169–70, 676
probabilità, misure di, 508
procedure numeriche, 388–426
alberi binomiali, 388–405
metodi delle differenze finite, 415–16
simulazioni con il metodo Monte Carlo, 407–11
processi di Ito, 224, 672

processi di Wiener generalizzati, 221–24, 238, 672
processi stocastici a *drift* nullo, *Si veda* martingale
Procter & Gamble, 14
program trading, 65, 672
PSE, *Si veda* Pacific Stock Exchange
pull to par, 672
punto base, 672
puro, modello a salti, 445
put (opzioni), 6, 669
  americane, mancanza di una formula analitica, 251
  average price, 468
  definizione, 6
  difensiva, 185
  open interest, 31, 158
  volume degli scambi, 158
put-call parity, 174–75, 180, 181, 182, 186–87, 275, 290–91, 435–36, 539–40, 672
  opzioni *chooser*, 462
puttable
  obbligazioni, 533, 667

Q

quadratica
  approssimazione (valutazione delle opzioni), 425, 432–34
  ricampionatura, 413
quantos, 67, 518–21, 672
quotazioni
  futures, 23, 27–31
  futures su valute, 69
  massimi e minimi storici (*futures*), 31
  opzioni, 156–58
  opzioni su azioni, 157
  opzioni su indici, 277–79
  opzioni su valute, 282–83
  Treasury bills, 102
  Treasury bonds, 101–2

R

rafforzamento della base, 36
rainbow, opzioni, 471–72, 668
range forwards, 458
rapporto della Commissione Brady, 335
rapporto di copertura basato sulla *duration*, 112
ratchet caps, 613–14
rating, 129, 623, 624, 672
redditi noti, 57–58
redditi ordinari, 43
regolamentazione, 33–35
  autorità, 34, 163
  requisiti patrimoniali, 342, 623
regole di calcolo giorni, 98–99, 127–28, 659
Rendleman e Bartter, modello di, 566
replica dinamica delle opzioni, 489
replica statica delle opzioni, 488, 672
repos, *Si veda* riporti
requisiti patrimoniali, 342, 623
reset date, 661
reticolo, approccio del, *Si veda* alberi binomiali, alberi trinomiali
retractable bonds, 533
rho, 329–30, 673
ribilanciamento, 673
  coperture, 311
  frequenza del, 334
  portafogli, 245
rinnovo delle operazioni di copertura, 38, 40–42
riporti, 673
  a lunga scadenza, 88
  overnight, 88
  tassi impliciti, 676
rischio
  base, 35–37
  d'insolvenza., *Si veda* rischio di credito
  di credito e di mercato, 144
  di credito, gestione del, 623–49
  di estinzione anticipata (MBSs), 616
  di tasso d'interesse, 98
  di una posizione su *futures*, 75
  non diversificabile, 74
  non sistematico, 74, 504
  prezzo di mercato, 500–501
  sistematico (non diversificabile), 74, 504
  valore a, *Si veda* valore a rischio
rischio base
  altra definizione, 35
  scelta del mese di consegna, 37
  scelta del sottostante, 37
rischio d'insolvenza, *Si veda* rischio di credito
rischio delta dei derivati su tassi d'interesse, 558
rischio di credito
  analisi storica delle insolvenze, 627–28
  assunzione di indipendenza, 632–33
  currency swaps, 637–39
  netting, 640
  quantificazione in base ai dati storici, 627–28
  quantificazione in base ai prezzi delle azioni, 630–32
  quantificazione in base ai prezzi delle obbligazioni, 624–27, 628–30
  riduzione dell'esposizione, 640–41
  rischio di mercato e, 144
  swaps, 143–44
  tassi di riporto, 88
rischio di mercato
  rischio di credito e, 144
rischio non sistematico, 673
RiskMetrics, 372
ritorno verso la media, 566–67
roll back, 664. *Si veda anche* backward induction
Roll, Geske e Whaley, formula di, 260, 271
rolling CD, 610
rollover basis (*futures*), 41

S

S&P, *Si veda* Standard and Poor's
salti puro, modello a, 445
  formule, 456–57
scalper, 673
scelta del contratto (rischio base)
  mese di consegna, 37
  sottostante, 37
schemi "copriti e dimentica", 312
schemi di copertura dinamici, 312, 660
scoperte
  opzioni, 161–62
  posizioni coperte e, 308, 671
scoperto
  vendite allo, 53–54, 56–57, 678
scrivere
  calls coperte, 185
  opzioni scoperte, 161–62
  un'opzione, 8, 673
SEC, *Si veda* Securities and Exchange Commission
Securities and Exchange Commission (SEC), 34, 163, 673
sensitività del prezzo, rapporto di copertura basato sulla, 112
serie di opzioni, 154, 673
shout (opzioni), 467–68, 669
Siegel, paradosso di, 521
sigma, 673
SIMEX, 103
simulazioni, *Si veda* Monte Carlo, simulazioni con il metodo e storica, simulazione
sincroni, dati, 448
sintetiche, opzioni, 332–33, 670
sistema degli *specialists*, 159
sistematico, rischio (non diversificabile), 74, 673
società
  Bankers Trust, 10
  Barings, 14
  Gibson Greetings, 14
  Goldman Sachs, 63
  Kidder Peabody, 14
  Orange County, 14
  Procter & Gamble, 14
  S&P, 624
  Standard Oil, 10
software, *Si veda* DerivaGem
sottostante
  scelta dell'attività (rischio base), 37
  variabile, 677
sottostanti, derivati che dipendono da più variabili, 503–5
specialists, 159
speculatori, 12–14
spot
  tassi d'interesse, 676
  volatilità, 541, 678
spreads
  bid-ask, 159, 161
  opzioni su, 557
spreads (opzioni), 674
  a farfalla, 191–92
  a farfalla, inversi, 192
  al rialzo, 187–89
  al ribasso, 189–90
  di calendario, 192–94
  di calendario, al rialzo, 193
  di calendario, al ribasso, 193
  di calendario, inversi, 194
  di calendario, neutrali, 193
  diagonali, 194
squeeze, 53
stadio, alberi binomiali ad uno, 201–5
standard
  errore della stima (simulazioni), 242, 410, 411
Standard and Poor's (S&P), 624
  100 Index, 152
  500 Index, 33, 62, 152
  MidCap 400 Index, 62
Standard Oil, 10
step up swaps, 142, 675
sticky caps, 613–14
stocastica
  modelli a volatilità, 446–48
  variabile, 677
stocastico
  calcolo, 218
  processo, 218–32, 672
stop loss, strategia, 308–10
storica
  analisi delle insolvenze, 627–28
  simulazione, 357, 674
  volatilità, 678
straddles, 674
  in acquisto, 195
  inferiori, 195
  superiori, 195
strangles, 196, 197, 674
straps, 195–96, 674
strategie di copertura
  basate sulla *duration*, 111–12
  mediante *futures*, 35–39
  mediante *futures* su indici azionari, 65–67
  mediante opzioni su indici azionari, 279–81
  opzioni esotiche, 488
  rinnovo a scadenza, 40–42
  stop loss, 308–10
stress tests, 357–58, 674
stripping (MBSs), 617
strips, 195–96, 674
successioni quasi casuali, 414, 675
superiori
  combinazioni verticali, 197
  straddles, 195
swap options, 543–47
swap rate, 126–27, 551–52, 676
swap spread, 127
swaps, 121–45, 675
  a tasso di ammortamento indicizzato, 142, 675
  accrual, 556–57, 658
  capitale nozionale, 121, 145

compensativi, *Si veda* swaps di segno opposto
constant-maturity, 554–55
credit default, 644–45
di segno opposto, 143–44
differiti, 142, 543
extendible, 142
forward, 142, 543
Libor-in-arrears, 550–51
magazzino di, 128
plain vanilla, 121, 124, 125, 142
puttable, 142
quotazioni, 126–27
rischio di credito, 143–44, 637–40
ruolo degli intermediari finanziari, 125–26
step-up, 142
su azioni, 143
su merci, 143, 675
su valute, 135–42
tasso di attualizzazione, 132
total return, 645
trasformazione delle attività mediante, 124–25
trasformazione delle passività mediante, 124
vantaggio comparato, 128–31, 138–39
swaps su tassi d'interesse, 675
differential (diff) swaps, 143
forward swaps, 142
funzionamento, 121–28
index amortizing rate swaps, 142
Libor, 121
magazzino di, 128
opzioni europee su, *Si veda* swaptions
plain vanilla, 121, 124, 125, 142
quotazioni, 126–27
relazione con i FRAs, 133–35
relazione con i prezzi delle obbligazioni, 132–33
rischio di credito, 143–44, 639
ruolo degli intermediari finanziari, 125–26
tassi variabili di riferimento, 121, 142
tasso di attualizzazione, 132
valute, 135–42
swaps su valute, 675
definizione, 135
scomposizione in contratti *forward*, 140–42
scomposizione in obbligazioni, 139–40
trasformazione di attività e passività, 137
vantaggio comparato, 138–39
swaptions, 543–47

T

tassi *cap*, 538, 675
tassi d'interesse
alberi, 578–93
calcolo del VaR, 347–50
caps su, 537–43
collars su, 539–40
derivati su, 530–600
floors su, 539–40
numerario rappresentato dal prezzo di un'obbligazione, 511
opzioni su, 530–600
privi di rischio, 169–70
tassi d'interesse *forward*, 93–95, 676
tassi d'interesse in eurodollari, 107, 676
tassi di cambio *forward*, 68, 676
tassi di rendimento, 676
attesi, 240–41
bond equivalent, 102
convenience yield, 72–73, 77
distribuzione, 239–41
obbligazioni, 89
par yield, 89
volatilità, 536
tassi di rendimento delle obbligazioni
aggiustamenti per la convessità, 548–52
tassi di riporto, 88, 676
tassi di riporto impliciti, 676
tassi di sconto, 676
tassi d'interesse a breve, 676
modelli a due fattori, 601–4
modello di Markov, 564–96
tassi *forward*, 93–95
tassi *futures*, aggiustamenti per la convessità, 595
tassi *swap*
quotazioni indicative, 126–27
tassi, tipologie
dei titoli di Stato, 87
di riporto, 88
di sconto, 102
forward, 93–95
Libor, 88
su *zero-coupon bonds*, 88
tasso di varianza, 221, 368, 676
previsione del, 368–82
Taylor, serie di, 341, 355
tecnica della variabile antitetica, 411
tecnica della variabile di controllo, 402–3, 676
alberi, 402–3
metodi delle differenze finite, 418
simulazioni con il metodo Monte Carlo, 412
tempo
discreto, 218
intervalli di (alberi), 391–93
mancante alla data di scadenza, 169
temporale
aggiustamento, 552–55
declino, 320
teoria della segmentazione dei mercati, 98, 676
teoria delle aspettative, 97, 677
term repos, 88
term structure dei tassi d'interesse, 90–95, 677
term structure delle volatilità, 380–81, 440–41, 602, 677
term structure, teorie, 97–98
teoria della preferenza per la liquidità, 98
teoria della segmentazione dei mercati, 98
teoria delle aspettative, 97

theta, 320–22, 677
relazione con delta e gamma, 326
titoli che non pagano dividendi, esercizio anticipato di opzioni su, 175–78
total return swaps, 645, 677
Treasuries, curva dei, *Si veda* curva degli zero rates
Treasury bills, 659
quotazioni, 102
regole di calcolo giorni, 99
Treasury bonds, 659
prezzo effettivo, 101
prezzo quotato, 101
regole di calcolo giorni, 99
Treasury bonds, contratti *futures* su, 103–7, 663
fattori di conversione, 103–4
opzioni su, 286
prezzi *futures* dei determinazione, 106–7
quotazioni, 23
titoli *cheapest to deliver*, 104–5
wild card play, 105–6
Treasury notes, 660
Treasury notes, contratti *futures* su, 103, 664
Treasury rates, 87
tridimensionali, alberi, 483
trinomiali, alberi, 405–6, 658. *Si veda* anche binomiali, alberi
calibratura dei parametri di volatilità per gli, 593–94
intervalli di lunghezza variabile, 591
opzioni americane fuori standard, 459
opzioni *shout*, 467–68
probabilità associate ai rami, 581–83
procedura generale di costruzione, 580–91
relazione con il metodo esplicito delle differenze finite, 422–24
tassi d'interesse, 578–93
tridimensionali, 483

U

U.S.
Ministero del Tesoro, 34
Treasury bills, *Si veda* Treasury bills
Treasury bonds, *Si veda* Treasury bonds
Treasury notes, contratti *futures* su, *Si veda* Treasury bonds, contratti futures su
up-and-in (opzioni), 462–65, 670
up-and-out (opzioni), 462–65, 670
up-tick, regola dell', 54, 677

V

valore a rischio, 342, 677
analisi delle componenti principali, 360–62
creditizio, 641–44
determinazione, 343–45
espansione di Cornish e Fisher, 366–67
modello lineare, 345–47, 351–52
modello quadratico, 353–56
simulazione con il metodo Monte Carlo, 356–57
simulazione storica, 357
stress tests e *back-testing*, 357–58
tassi d'interesse, 347–50
unità di misura della volatilità, 343
valore atteso di una variabile, 677
valore dei contratti *forward*, 59–60
valore finale
altri schemi, 197–98
bear spreads, 189–90, 189
bull spreads, 187–89, 188
butterfly spreads, 191–92, 191, 197
forwards, 3
opzioni europee, 9–10, 9
range forwards, 458
straddles, 194–95
strangles, 196–97
valore intrinseco (opzioni), 154, 677
valutazione neutrale verso il rischio, 205–6, 248–50, 262, 389
con diverse variabili di stato, 504–5
equazione differenziale di Black-Scholes-Merton, 248–50
estensione, 502–3
misure equivalenti di martingala, 508–9
modello di Black, 532–33
mondo *forward risk neutral*, 509
mondo *forward risk neutral* a base mobile, 610
mondo reale, 629–30
valute estere, 68–70
vantaggio comparato (*swaps*), 128–31, 138–39
critica dell'argomentazione, 130–31
ruolo dei regimi fiscali, 138
VaR creditizio, 641–44, 677
variabili
continue, 218
derivati che dipendono da più, 503–5
discrete, 218
titoli che dipendono da più, 503–5
variance targeting, 377
varianza, *Si veda anche* volatilità
delle variazioni assolute e proporzionali, 225
per unità di tempo, *Si veda* varianza, tasso di
tasso di, 223
varianza, procedure di riduzione della, 411–15, 672
campionatura per importanza, 412
campionatura rappresentativa, 415
campionatura stratificata, 412–13
metodo dei momenti, 413
ricampionatura quadratica, 413
successioni a bassa discrepanza, 414
successioni quasi casuali, 414
tecnica della variabile antitetica, 411
tecnica della variabile di controllo, 412
variazione, margine di, 24, 665
Vasicek, modello di, 566, 567–70, 574
vega, 326–29, 394, 677
derivati su tassi d'interesse, 558
portafoglio neutrale rispetto al, 671
volatilità, 169, 241–44, 678. *Si veda anche* varianza

cause, 255–57
dei tassi di rendimento, 536
del mercato azionario, 334–35
flat, 541
gobba, 541
implicita, 255, 541, 545
matrici, 441–42, 665
metodi di massima verosimiglianza, 374–79
modello EWMA, 370–72
modello GARCH per le previsioni, 380–81
modello GARCH per le stime, 372–73
spot, 541
stima delle correlazioni e delle, 382–84
stima in base ai dati storici, 368–70
stocastica, 446–48
storica (stima), 242–44
tasso *forward*, 611
term structure, 380–81, 440–41, 602, 677
unità di misura, 343
vega, sensitività alle variazioni della, 326–29
volatilità implicite, 255, 678
calibratura dei parametri (alberi trinomiali), 593–94
opzioni *deep out of the money*, 255
volatility skew, 439, 674
volatility smile, 437–40, 439–40, 674
opzioni su azioni, 439–40
scadenza delle opzioni, 440–41
volume degli scambi, 31

W

Wall Street Journal, 27, 28, 31, 45, 62, 63, 69, 100, 103, 156, 157, 158, 277, 278, 283, 286, 287
warrants, 165, 253–54, 460, 678
applicazione della formula Black-Scholes, 253–54
wash sale rule (opzioni), 164
Wiener, processo di, 220–24, 672
generalizzato, 221–24, 238
wild card play, 105, 664

Z

zero curve, 661
metodo *bootstrap*, 90
zero rate, 88, 678
determinazione, 90–95
zero-coupon bonds
come numerario, 511
curva dei *Treasuries*, 90–95, 624
curva Libor, 150
curve di *zero rates*, 624
opzioni europee su, 567–68
tassi d'interesse, 88, 90–95, 678

Indice delle Figure

Figura 1.1 Valore finale di un contratto *forward.* 3
Figura 1.2 Profitto derivante dall'acquisto di un'opzione *call* europea scritta su un'azione IBM. 7
Figura 1.3 Profitto derivante dall'acquisto di un'opzione *put* europea scritta su un'azione Exxon. 7
Figura 1.4 Profitto derivante dalla vendita di un'opzione *call* europea scritta su un'azione IBM. 8
Figura 1.5 Profitto derivante dalla vendita di un'opzione *put* europea scritta su un'azione Exxon. 8
Figura 1.6 Valore finale delle posizioni su opzioni europee. 9
Figura 2.1 Relazione tra prezzo *futures* e prezzo *spot* all'avvicinarsi del mese di consegna. 32
Figura 2.2 Relazione tra varianza della posizione dell'*hedger* e rapporto di copertura. 40
Figura 4.1 Curva degli *zero rates* costruita in base al metodo *bootstrap*. 92
Figura 4.2 Situazione in cui la *yield curve* è inclinata verso l'alto. 94
Figura 4.3 Situazione in cui la *yield curve* è inclinata verso il basso. 94
Figura 4.4 Illustrazione delle date nell'Esempio 4.5. 107
Figura 4.5 Portafogli obbligazionari con diversa *convexity*. 113
Figura 5.1 Un *interest rate swap* tra le società *A* e *B*. 122
Figura 5.2 Le società *A* e *B* utilizzano lo *swap* per trasformare una passività. 125
Figura 5.3 Le società *A* e *B* utilizzano lo *swap* per trasformare un'attività. 125
Figura 5.4 L'*interest rate swap* della Figura 5.2 in presenza di un intermediario finanziario. 126
Figura 5.5 L'*interest rate swap* della Figura 5.3 in presenza di un intermediario finanziario. 126
Figura 5.6 Uno *swap* diretto tra *A* e *B* in presenza dei tassi della Tavola 5.4. 130
Figura 5.7 Uno *swap* indiretto tra *A* e *B* in presenza dei tassi della Tavola 5.4. 130
Figura 5.8 Valore dei FRAs sottostanti lo *swap* della Figura 5.4 tra un'istituzione finanziaria e la società *B* nel caso in cui la *term structure* sia inclinata verso l'alto o verso il basso. 136

Figura 5.9 Un *currency swap*. 137
Figura 5.10 Un *currency swap* motivato dal vantaggio comparato. 138
Figura 5.11 Un altro *currency swap*; la società *B* sopporta un certo rischio di cambio. 140
Figura 5.12 Un altro *currency swap*; la società *A* sopporta un certo rischio di cambio. 140
Figura 5.13 Esposizione creditizia in uno *swap*. 144
Figura 7.1 Prezzo di una *call* americana o europea, scritta su un titolo che non paga dividendi, in funzione del prezzo dell'azione, S_0. 176
Figura 7.2 Prezzo di una *put* americana in funzione del prezzo dell'azione, S_0. 177
Figura 7.3 Prezzo di una *put* europea in funzione del prezzo dell'azione, S_0. 178
Figura 8.1 Profitti e perdite derivanti da strategie che combinano un'opzione e un'azione. 186
Figura 8.2 *Spread* al rialzo mediante *calls*. 187
Figura 8.3 *Spread* al rialzo mediante *puts*. 189
Figura 8.4 *Spread* al ribasso mediante *calls*. 189
Figura 8.5 *Spread* al ribasso mediante *puts*. 190
Figura 8.6 *Spread* a farfalla mediante *calls*. 191
Figura 8.7 *Spread* a farfalla mediante *puts*. 192
Figura 8.8 *Spread* di calendario mediante *calls*. 193
Figura 8.9 *Spread* di calendario mediante *puts*. 193
Figura 8.10 Uno *straddle*. 194
Figura 8.11 (a) Uno *strip* e (b) uno *strap*. 196
Figura 8.12 Uno *strangle*. 196
Figura 8.13 Valore finale di uno *spread* a farfalla. 197
Figura 9.1 Prezzi di un'azione e di un'opzione in un generico albero ad uno stadio. 202
Figura 9.2 Prezzi di un'azione e di un'opzione in un generico albero ad uno stadio. 203
Figura 9.3 Prezzi di un'azione in un albero a due stadi. 207
Figura 9.4 Prezzi di un'azione e di un'opzione in un albero a due stadi. In ogni nodo, il numero in alto è il prezzo dell'azione; il numero in basso è il prezzo dell'opzione. 208
Figura 9.5 Valutazione dell'opzione al nodo *B*. 208
Figura 9.6 Prezzi di un'azione e di un'opzione in un generico albero a due stadi. 209
Figura 9.7 Albero a due stadi per la valutazione di una *put* europea. In ogni nodo, il numero in alto è il prezzo dell'azione; il numero in basso è il prezzo dell'opzione. 210
Figura 9.8 Albero a due stadi per la valutazione di una *put* americana. In ogni nodo, il numero in alto è il prezzo dell'azione; il numero in basso è il prezzo dell'opzione. 211
Figura 9.9 Variazione del prezzo di un'azione nell'intervallo Δt (a) nel mondo reale e (b) nel mondo neutrale verso il rischio. 213
Figura 10.1 Come si ottiene un processo di Wiener per $\Delta t \rightarrow 0$ in base all'Equazione (10.1). 222
Figura 10.2 Processo di Wiener generalizzato. 224
Figura 11.1 Una distribuzione log-normale. 239
Figura 11.2 Relazione tra *c* e *S*. 245

Figura 12.1 Albero binomiale per un titolo che paga un *dividend yield* continuo al tasso q. 276
Figura 12.2 Albero binomiale per il prezzo *futures* dell'esempio numerico. 291
Figura 12.3 Albero binomiale per il prezzo *futures* e il prezzo di un derivato. 292
Figura 13.1 Strategia *stop loss*. 309
Figura 13.2 Calcolo del delta. 311
Figura 13.3 Il delta in funzione del prezzo dell'azione per (a) una *call* e (b) una *put* scritte su un titolo che non paga dividendi. 313
Figura 13.4 Il delta in funzione della vita residua di un'opzione *call*. 313
Figura 13.5 Il theta di una *call* europea in funzione del prezzo dell'azione. 321
Figura 13.6 Il theta di una *call* europea in funzione della vita residua. 321
Figura 13.7 Illustrazione dell'errore di copertura determinato dalla curvatura o gamma. 322
Figura 13.8 Possibili relazioni tra il $\Delta\Pi$ e il ΔS di un portafoglio con delta nullo. 323
Figura 13.9 Il gamma di un'opzione in funzione del prezzo dell'azione. 325
Figura 13.10 Il gamma di un'opzione su azioni in funzione della vita residua. 325
Figura 13.11 Il vega di un'opzione in funzione del prezzo dell'azione. 328
Figura 14.1 Distribuzione probabilistica del valore di un portafoglio 353
Figura 14.2 Distribuzione probabilistica del valore di una *call* lunga ottenuta di riflesso alla distribuzione normale della variabile di mercato. 354
Figura 14.3 Distribuzione probabilistica del valore di una *call* corta ottenuta di riflesso alla distribuzione normale della variabile di mercato. 354
Figura 14.4 I tre più importanti fattori che guidano l'evoluzione della *yield curve*. 360
Figura 15.1 Volatilità giornaliera del tasso di cambio dollaro/yen, 1987-97. 377
Figura 15.2 Dinamica attesa del tasso di varianza. 380
Figura 16.1 Variazioni del prezzo di un'azione nell'intervallo Δt. 389
Figura 16.2 Albero utilizzato per valutare un'opzione su azioni. 391
Figura 16.3 Albero binomiale prodotto da DerivaGem per una *put* americana scritta su un titolo che non paga dividendi (Esempio 16.1). 392
Figura 16.4 Albero binomiale prodotto da DerivaGem per una *call* americana scritta su un *index futures* (Esempio 16.3). 396
Figura 16.5 Albero binomiale prodotto da DerivaGem per una *put* americana scritta su una valuta (Esempio 16.4). 397
Figura 16.6 Albero relativo ad un'azione che paga un *dividend yield* noto ad una certa data. 398
Figura 16.7 Albero relativo al caso in cui si assuma che l'importo del dividendo sia noto e che la volatilità sia costante. 399
Figura 16.8 Albero binomiale prodotto da DerivaGem per una *put* americana scritta su un titolo che paga un dividendo noto (Esempio 16.4). 401
Figura 16.9 Albero prodotto da DerivaGem per la versione europea della *put* della Figura 16.3. In ogni nodo, il numero in alto è il prezzo dell'azione, quello in basso è il prezzo dell'opzione. 403
Figura 16.10 Albero binomiale per una *call* americana scritta sul dollaro canadese. In ogni nodo, il numero in alto è il tasso di cambio *spot* e quello in basso è il prezzo dell'opzione. Tutte le probabilità sono pari a 0,5. 404
Figura 16.11 Albero trinomiale per il prezzo di un'azione. 405
Figura 16.12 Il modello a maglia adattabile per un'opzione americana. 406
Figura 16.13 I primi 1024 punti di una successione di Sobol'. 414

Figura 16.14 Griglia per l'approccio delle differenze finite. 416
Figura 16.15 Differenza tra il metodo implicito e il metodo esplicito delle differenze finite. 420
Figura 16.16 Interpretazione del metodo esplicito delle differenze finite come albero trinomiale. 423
Figura 16.17 Metodo *hopscotch*. Il simbolo *I* indica i nodi in cui vengono effettuati i calcoli impliciti e il simbolo *E* quelli in cui vengono effettuati i calcoli espliciti. 424
Figura 17.1 *Volatility smile* per le opzioni su valute. 437
Figura 17.2 Distribuzione implicita e distribuzione log-normale per le opzioni su valute. 437
Figura 17.3 *Volatility smile* per le opzioni su azioni. 439
Figura 17.4 Distribuzione implicita e distribuzione log-normale per le opzioni su azioni. 439
Figura 17.5 Variazioni del prezzo di un'azione in base al modello a salti puro. 445
Figura 18.1 Valore finale di un *range forward*. 459
Figura 18.2 Albero per valutare una *lookback put* americana. 474
Figura 18.3 Parte di un albero per valutare una *call* scritta su una media aritmetica. 475
Figura 18.4 Procedura efficiente per valutare una *lookback put* americana. 477
Figura 18.5 Posizionamento delle barriere negli alberi trinomiali. 479
Figura 18.6 Posizionamento delle barriere negli alberi binomiali. 480
Figura 18.7 Un albero con nodi disposti su entrambe le barriere. 481
Figura 18.8 Il modello a maglia adattabile usato per valutare le opzioni con barriera. 482
Figura 18.9 Condizioni al contorno utilizzate nell'esempio sulla replica statica di un'opzione. 489
Figura 20.1 Deviazione standard del logaritmo del prezzo di un'obbligazione. 535
Figura 20.2 Volatilità del prezzo di un'obbligazione. 536
Figura 20.3 Gobba di volatilità. 541
Figura 20.4 Aggiustamento per la convessità. 548
Figura 21.1 Ritorno verso la media. 566
Figura 21.2 Possibili forme della *term structure* secondo il modello di Vasicek. 568
Figura 21.3 Il modello di Ho e Lee. 573
Figura 21.4 Il modello di Hull e White. 575
Figura 21.5 Strutture delle volatilità nel modello di Hull e White. 576
Figura 21.6 Esempio dell'utilizzo di un albero trinomiale. 579
Figura 21.7 Metodi alternativi di ramificazione in un albero trinomiale. 580
Figura 21.8 Albero per R^* nel modello di Hull e White (prima fase). 582
Figura 21.9 Albero per R nel modello di Hull e White (seconda fase). 585
Figura 21.10 Albero per il modello log-normale. 588
Figura 21.11 Albero prodotto da DerivaGem per valutare le opzioni americane su obbligazioni. 590
Figura 21.12 Lunghezza variabile degli intervalli. 592
Figura 22.1 *Term structure* delle volatilità nel modello di Hull e White [$f(r) = r$, $a = 1$, $b = 0{,}1$, $\sigma_1 = 0{,}01$, $\sigma_2 = 0{,}0165$, $\rho = 0{,}6$]. 603
Figura 22.2 Albero che non si ricombina nel modello generale di Heath, Jarrow e Morton. 607

Figura 23.1 Struttura per scadenza dei *credit spreads* di *zero-coupon bonds.* 625
Figura 23.2 Esposizione in funzione del valore del contratto. 636
Figura 23.3 Esposizione attesa su una coppia bilanciata di *interest rate swaps* e su una coppia bilanciata di *currency swaps*. 639
Figura 23.4 Distribuzione probabilistica delle perdite per insolvenza. 642
Figura 23.5 Albero per valutare la convertibile dell'Esempio 23.4. 647

Indice delle Tavole

Tavola 1.1 Quotazioni *spot* e *forward* del tasso di cambio dollaro-sterlina (20 gennaio 1998). 2
Tavola 1.2 Profitti e perdite di due diverse strategie per speculare al rialzo sulle azioni Exxon. 13
Tavola 2.1 Depositi di garanzia per una posizione lunga su due contratti *futures* sull'oro. 25
Tavola 2.2 *Futures* su merci (*Wall Street Journal,* 5 agosto 1998). 28
Tavola 2.3 Confronto tra contratti *forward* e contratti *futures*. 44
Tavola 3.1 Effetto dell'aumento della frequenza di capitalizzazione degli interessi sul valore di $100 dopo un anno (tasso d'interesse annuo pari al 10 per cento). 52
Tavola 3.2 *Futures* su indici azionari (*Wall Street Journal,* 5 agosto 1998). 63
Tavola 3.3 *Futures* su valute (*Wall Street Journal,* 5 agosto 1998). 69
Tavola 3.4 Contratti *forward* o *futures* su beni d'investimento. 77
Tavola 3.5 Uguaglianza tra prezzi *futures* e prezzi *forward*. 86
Tavola 4.1 *Zero rates* su titoli di Stato. 89
Tavola 4.2 Dati per il metodo *bootstrap*. 91
Tavola 4.3 *Zero rates* composti continuamente ottenuti in base alla Tavola 4.2. 92
Tavola 4.4 Calcolo dei tassi *forward*. 93
Tavola 4.5 *Futures* su tassi d'interesse (*Wall Street Journal,* 5 agosto 1998). 102
Tavola 4.6 Titoli consegnabili nell'Esempio 4.4. 105
Tavola 4.7 Calcolo della *duration*. 110
Tavola 5.1 Pagamenti (in milioni di dollari) per la società *B* in un *interest rate swap* da 100 milioni di dollari in cui *B* paga il fisso al 5% e riceve il Libor. 123
Tavola 5.2 Pagamenti (in milioni di dollari) relativi allo *swap* della Tavola 5.1 nel caso in cui ci sia lo scambio finale del capitale. 123
Tavola 5.3 Quotazioni dei tassi *swap* (TN = *Treasury note*; p.b. = punti base). 127
Tavola 5.4 Tassi passivi che supportano l'argomentazione del vantaggio comparato. 129
Tavola 5.5 Pagamenti per la società *A* nel *currency swap*. 137
Tavola 5.6 Tassi passivi che motivano il *currency swap*. 137
Tavola 6.1 Opzioni su azioni (*Wall Street Journal,* 5 agosto 1998). 157

Tavola 6.2 Scambi ed *open interest* (4 agosto 1998). 158
Tavola 6.3 Schema tipico delle commissioni di un *discount broker*. 160
Tavola 7.1 Effetti sul prezzo delle opzioni derivanti dall'aumento di valore di ogni variabile. 169
Tavola 8.1 Valore finale di uno *spread* al rialzo. 188
Tavola 8.2 Valore finale di uno *spread* al ribasso. 190
Tavola 8.3 Valore finale di uno *spread* a farfalla. 191
Tavola 8.4 Valore finale di uno *straddle*. 195
Tavola 8.5 Valore finale di uno *strangle*. 197
Tavola 10.1 Simulazione del prezzo di un'azione (μ = 0,14, σ = 0,20 e Δt = 0,01). 228
Tavola 11.1 Calcolo della volatilità. 243
Tavola 12.1 Opzioni su indici azionari (*Wall Street Journal,* 5 agosto 1998). 278
Tavola 12.2 Relazione tra il valore dell'indice e il valore di un portafoglio con $\beta = 2$. 280
Tavola 12.3 Opzioni su valute (*Wall Street Journal,* 5 agosto 1998). 283
Tavola 12.4 Opzioni su *futures* (*Wall Street Journal*, 5 agosto 1998). 287
Tavola 13.1 *Performance* di una strategia *stop loss*. 310
Tavola 13.2 Simulazione di una strategia di *delta hedging*. L'opzione termina *in the money*. Il costo della copertura è di $263.400. 314
Tavola 13.3 Simulazione di una strategia di *delta hedging*. L'opzione termina *out of the money*. Il costo della copertura è di $256.600. 315
Tavola 13.4 *Performance* di una strategia di *delta hedging*. 316
Tavola 13.5 Profitti realizzati o perdite subite, in due settimane, sulla base di diversi possibili scenari (milioni di dollari). 331
Tavola 14.1 Dati per l'Esempio. 349
Tavola 14.2 Schema di Trasformazione dei Pagamenti. 350
Tavola 14.3 *Factor Loadings* per i dati sui *Treasuries* Statunitensi. 359
Tavola 14.4 Deviazioni standard dei *Factor Scores* (punti base). 359
Tavola 14.5 Variazione del Valore di un Portafoglio in conseguenza dell'Aumento di 1 Punto Base del Tasso d'Interesse (milioni di dollari). 361
Tavola 15.1 Stima dei Parametri del GARCH(1,1). 376
Tavola 15.2 Autocorrelazioni prima e dopo la stima del GARCH (1,1). 378
Tavola 15.3 *Term structure* delle Volatilità Basate sul GARCH(1,1). 381
Tavola 15.4 Impatto di una Variazione dell'1 per cento della Volatilità Istantanea. 381
Tavola 16.1 Metodo implicito delle differenze finite: valore dell'opzione dell'Esempio 16.1. 419
Tavola 16.2 Metodo esplicito delle differenze finite: valore dell'opzione dell'Esempio 16.1. 421
Tavola 17.1 Matrice delle volatilità. 441
Tavola 18.1 Portafoglio di *calls* europee standard utilizzato per replicare una *up-and-out call*. 490
Tavola 20.1 Quotazioni delle volatilità implicite nei *caps* e nei *floors* (% per anno). 542
Tavola 20.2 Quotazioni delle volatilità implicite nelle *swaptions* (% per anno). 546
Tavola 21.1 *Zero rates per la* Figura 21.8. 584
Tavola 21.2 *Zero Curve* in DM (tassi composti continuamente). 589
Tavola 21.3 Valore di una *put*, con scadenza dopo 3 anni e prezzo d'esercizio pari a 63, scritta su uno *zero-coupon bond* a 9 anni. 589

Tavola 22.1 Volatilità dei tassi d'interesse inglesi (3.2.1995 - periodo di godimento: 1 anno). 611
Tavola 22.2 Valutazione dei *Ratchet Caplets*. 614
Tavola 22.3 Valutazione degli *Sticky Caplets*. 614
Tavola 22.4 Componenti della volatilità nel modello a due fattori. 614
Tavola 22.5 Componenti della volatilità nel modello a tre fattori. 614
Tavola 23.1 *Zero rates* di titoli emessi dal Tesoro e da una società. 625
Tavola 23.2 Probabilità d'insolvenza: valori medi cumulati (%). 627
Tavola 23.3 Tassi di recupero su obbligazioni emesse da società. 628
Tavola 23.4 Perdite attese per insolvenza, in milioni di dollari, su un *currency swap*, stipulato con una società, in cui si ricevono dollari e si pagano sterline. 638
Tavola 23.5 Perdite attese per insolvenza, in milioni di dollari, su un *currency swap*, stipulato con una società, in cui si pagano dollari e si ricevono sterline. 638
Tavola 23.6 Matrice delle transizioni di *rating*: probabilità ad un anno (%). 643